

ANNALEN DER PHYSIK

5. FOLGE, BAND 18, HEFT 8, DEZEMBER 1933

Die Reibung, Wärmeleitung und Diffusion in Gasmischungen

**XXIV. Ermittlung der Unpaarreibung η_{12} ;
Benützung, Bewährung und Deutungsverschiedenheiten
des binären Mischreibungsgesetzes**

Von Max Trautz

(Mitteilung aus dem Physikalisch-Chemischen Institut
der Universität Heidelberg)

(Schluß)

Inhalt: IV. Die Prüfung und Benützung des quadratischen Mischungsgesetzes: a) Praktische Berechnung der Konstanten q , η_{12} und f ; α) Für η_{12} allgemein anwendbare Verfahren; β) Verfahren für Sonderfälle; 1. Lineare η - x -Kurve; 2. Kurven mit Maximum; 3. Kurven mit Achsenmaximum; 4. Kurven ohne Maximum. b) Erfahrungsergebnisse bei der Berechnung der Konstanten: α) Konstanz bei Variation der x ; β) Temperaturabhängigkeit der Konstanten; γ) Die Unpaarreibung η_{12} ; δ) Die Zahlwerte der Konstanten; Tabellen: 1. Die Treffquerschnitte q ; 2. Die Enskog-Chapman-Konstante k_{12} ; 3. Der Querschnittmittelfaktor \bar{f} ; 4. Die Unpaarreibung η_{12} . — V. Zusammenfassung.

IV. Die Prüfung und Benützung des quadratischen Mischungsgesetzes

Da die Rechnung mit unserer allgemeineren Formulierung einfacher, der Übergang von unseren Konstanten zu denen des Herrn Chapman aber oben schon eingehend beschrieben ist, befassen wir uns im weiteren nur mit unserer Gl. (5).

a) Praktische Berechnung der Konstanten q , η_{12} und f

α) Für η_{12} allgemein anwendbare Verfahren

1. Zur Prüfung des Mischungsgesetzes zieht man möglichst viele Punkte der η - x -Kurve zugleich heran, um danach gut mitteln zu können, und zwar auf der graphisch bereits ausgeglichenen Kurve, z. B. die Punkte für je 5 v. H. Zuwachs an x . Man wählt daraus je vier paarweise symmetrische Ordinaten η_{m_1} bis η_{m_4} aus (z. B. 15—85; 20—80), deren zu-

gehörige x mit x_1 und $(1 - x_1)$, x_2 und $(1 - x_2)$ bezeichnet sind. Man setzt für die Rechnung voraus, daß η_{12} (also F), q_{12} (also f) und q (gleich q_1/q_2 , wobei der Anteil an Gas 1 stets durch x bezeichnet wird) von den x -Beträgen nicht abhängen; für η_1 und η_2 ist gleiches selbstverständlich. Man erhält damit die Vier-Ordinaten-Gleichung:

$$(24) \quad \left\{ q = \frac{\eta_2 \left(\frac{1-x_2}{x_2} - \frac{x_2}{1-x_2} \right) - \eta_{m_2} \frac{1-x_2}{x_2} - \eta_{m_4} \frac{x_2}{1-x_2}}{\eta_{m_3} - \eta_{m_4}} - \frac{\eta_1 \left(\frac{1-x_1}{x_1} - \frac{x_1}{1-x_1} \right) - \eta_{m_1} \frac{1-x_1}{x_1} - \eta_{m_2} \frac{x_1}{1-x_1}}{\eta_{m_1} - \eta_{m_2}} \right. \\ \left. - \frac{\eta_1 \left(\frac{x_1}{1-x_1} - \frac{1-x_1}{x_1} \right) - \eta_{m_1} \frac{x_1}{1-x_1} - \eta_{m_3} \frac{1-x_1}{x_1}}{\eta_{m_1} - \eta_{m_3}} - \frac{\eta_2 \left(\frac{x_2}{1-x_2} - \frac{1-x_2}{x_2} \right) - \eta_{m_2} \frac{x_2}{1-x_2} - \eta_{m_4} \frac{1-x_2}{x_2}}{\eta_{m_3} - \eta_{m_4}} \right.$$

Da dies eine doppelte Differenzenbestimmung ist, arbeitet sie bei nur wenig gekrümmten Kurven schlecht; aber hier ist das quadratische Mischungsgesetz nur als eine Korrektion eines linearen zu betrachten. Man erhält da, und ab und zu auch bei stark gekrümmten Kurven nur negative oder imaginäre q , die also unbrauchbar sind. Doch bleibt bei stärker gekrümmten, vor allem solchen mit Maxima, die Ausbeute an guten q -Werten im allgemeinen groß. Man stellt fest, daß hier eine kleine Abänderung der graphischen Ausgleichung, stets innerhalb der mutmaßlichen Fehler, sinnvolle und zwar konstante q erzielen läßt. Fälle, wo dies nicht gelingt (vgl. S. 835 und 837) führen wir grundsätzlich am einfachsten auf Unidealität der Gase [Ungültigkeit von (5) deshalb] zurück.

Eine Isotherme liefert so 8 Werte und also ein brauchbares Mittel.

Dies Mittel setzt man in die Zwei-Ordinaten-Gleichung für f :

$$(25) \quad \left\{ f = \frac{q}{2} \cdot \frac{\eta_1 \left(\frac{x_1}{1-x_1} - \frac{1-x_1}{x_1} \right) - \eta_{m_1} \frac{x_1}{1-x_1} - \eta_{m_2} \frac{1-x_1}{x_1}}{\eta_{m_1} - \eta_{m_2}} \right. \\ \left. + \frac{1}{2q} \cdot \frac{\eta_2 \left(\frac{1-x_1}{x_1} - \frac{x_1}{1-x_1} \right) - \eta_{m_1} \frac{1-x_1}{x_1} - \eta_{m_3} \frac{x_1}{1-x_1}}{\eta_{m_1} - \eta_{m_3}}, \right.$$

und damit erhält man bei abermaliger Mittelung aller f und Einsetzung auch dieses Mittels die „Unpaarreibung“ aus der Ein-Ordinaten-Gleichung:

$$(26) \quad \eta_{12} = \frac{q}{2f} (\eta_m - \eta_1) \frac{x}{1-x} + \frac{1}{2qf} (\eta_m - \eta_2) \frac{1-x}{x} + \eta_m,$$

womit dann natürlich auch F vermöge (7) gegeben ist. Für η_{12} nimmt man wie für dies F natürlich das Mittel aller Einzelwerte.

Dies ist die vorurteilsloseste Prüfung für das quadratische Mischungsgesetz. Für ternäre und polynäre Mischungen bestände dieses nur aus mehr Summanden, die aber auch alle quadratisch wären. Für unvollkommenes Gas aber treten zunächst noch kubische hinzu, den Stößen 11,2; 22,1; 12,1; 12,2 entsprechend, also je 4 Glieder, mit je besonderen q und η .

Wendet man auf ein unideales Gas — Unidealität kann sich beim kinetischen η allenfalls eher zeigen als beim dynamischen $p = f(T, v)$ — zu Unrecht das quadratische Gesetz an, so wird man q von x abhängig finden, schon weil man die hier bestehende x -Abhängigkeit des Mittelglieds nicht voraussetzte, sie also in die q hinrechnete. Man müßte dann — formal gesagt — F ersetzen durch $F_0 + F_1 x$, wo F_0 die Zweierstöße, F_1 die Dreierstöße beherrscht, sowohl F_0 wie F_1 aber von x nicht mehr abhängen. Vgl. auch das über D_{12} gesagte, vorige Mitteilung S. 819, 823, 830.

Ist das Mischungsgesetz, wie heute bereits der Fall ist, geprüft und innerhalb der heutigen Meßgenauigkeit bestätigt, so ersetzt man, wo es nicht auf größte Ausnützung der η - x -Kurve für die 3 Konstanten ankommt, die Berechnung (24)–(26) durch weit bequemere Verfahren:

2. Zur Anwendung des Mischungsgesetzes, also zur Bestimmung der 3 Konstanten jeder Isotherme (wovon je 2 nämlich f und q allen Isothermen, mindestens über erhebliche Temperaturbereiche gemeinsam und insoweit temperaturunabhängig sind) kann man natürlich 3 beliebige Kurvenpunkte nehmen, wählt aber aus Genauigkeitsgründen in Rücksicht auf die gestreckten Randstücke das *Drei-Tangenten-Verfahren* mit Rand- und Mittel- (d. h. 50 v. H.) -Tangente.

Nennt man die *spezifische relative Reibungsänderung* an einer Reingasachse, bewirkt durch einen kleinen Zusatz x

$$(27a) \quad \Delta_2 = \frac{1}{\eta_2} \left(\frac{d\eta_m}{dx} \right)_{x=0}$$

und entsprechend

$$(27b) \quad \Delta_1 = \frac{1}{\eta_1} \left(\frac{d\eta_m}{dx} \right)_{x=1}$$

so ist

$$(28a, b) \quad qf = \frac{\Delta_2}{2} \cdot \frac{\eta_2}{\eta_{12} - \eta_2} \quad \text{und} \quad q^2 = - \frac{\Delta_2}{\Delta_1} \cdot \frac{\eta_2}{\eta_1} \cdot \frac{\eta_{12} - \eta_1}{\eta_{12} - \eta_2}$$

Für praktisch lineare Kurven wird also einfach

$$f = 1/q,$$

wo q , nicht notwendig genau gleich 1, aus dem theoretischen k_{12} ermittelt wird.

Gl. (28b) hat bei Maximumkurven, deren einer Ast steil abstürzt, den sehr großen Nachteil, daß dann das betreffende Δ ganz willkürlich wird, sofern man nicht Sondermessungen dicht am Diagrammrand macht. Man ist da also auf das Vierordinatenverfahren angewiesen oder auf die Benützung von (28a), die aber einen Vorbehalt enthält, und die sich natürlich auch mit

$$(28c) \quad \frac{f}{q} = - \frac{\Delta_1 \eta_1}{2} \cdot \frac{1}{\eta_{12} - \eta_1}$$

anschreiben läßt. Der Vorbehalt liegt darin, daß man f kennen muß, was nie hinreichend der Fall ist, um η_{12} daraus zu ermitteln; oder man muß $f = 1$ setzen, und da stellt man denn nicht selten fest, daß man (Beispiel $\text{CO}_2\text{--H}_2$) zu große η_{12} bekommt, was also einen Hinweis darauf gibt, daß das wirkliche f nicht genau 1, sondern allenfalls merklich größer als 1 ist.

Statt der Δ kann man sich aber auch jenes η -Wertes bedienen, den man als Schnittpunkt der beiden Randtangente bekommt bei \bar{x} , und der η_s heißen mag:

$$(28d) \quad q^2 = \frac{\eta_s - \eta_1}{\eta_s - \eta_1} \cdot \frac{\eta_{12} - \eta_1}{\eta_{12} - \eta_1} \cdot \left(\frac{1 - x_s}{x_s} \right).$$

Das η_s und x_s findet man da natürlich durch Konstruktion im η - x -Diagramm.

Benützt man weiter die Tangente für $x = 1/2$, so liefert sie für den Differentialquotienten von η_m nach x den Wert η'_m , während η_m für $x = 1/2$ gleich η' sei

$$(29) \quad (1/4) \cdot \eta'_m = \frac{q^2 (\eta_1 - \eta') - (\eta_2 - \eta)}{q^2 + 2qf + 1}$$

und daraus folgt:

$$(30) \quad \eta_{12} = \eta_2 \cdot \frac{- \frac{\Delta_2}{\Delta_1} (\eta'_m / 4 - (\eta_1 - \eta')) + \eta'_m / 4 (1 - \Delta_2) + (\eta_s - \eta')}{- \frac{\eta_2 \Delta_2}{\eta_1 \Delta_1} (\eta'_m / 4 - (\eta_1 - \eta')) + \eta'_m / 4 + (\eta_2 - \eta')} \quad \left(\begin{array}{c} \text{Mittel-} \\ \text{tangente} \end{array} \right).$$

Damit gibt (28b) das q^2 und (28a) das f . Dies ist im allgemeinen das rascheste und beste Verfahren. Für lineare η_m - x -Kurven wird $\eta_2 \Delta_2 = \eta_1 \Delta_1 = \eta_1 - \eta_2$ und $\eta' = (\eta_1 + \eta)/2$, so daß $\eta_{12} = 0/0$ wird.

Für Kurven mit Maximum hängt aber die Brauchbarkeit der Gl. (28)–(30) zur q - und f -Berechnung davon ab, ob die Reingas- η sehr verschiedene oder sehr ähnliche Größe haben. Im ersteren Fall ist alles in Ordnung. Im letzteren aber liegt Δ_2/Δ_1 nahe bei 1 und ist dabei natürlich negativ. Zugleich ist η_2/η_1 auch nahe gleich 1. Dann herrschen die ersten

Summanden im Zähler und Nenner von (30) vor. Es fällt dann η_{12} zwischen η_1 und η_2 . Damit wird q aus (28) imaginär und auch f . Bleiben beide im Diagramm noch konstant, so ist also die Gl. (5) funktional noch immer zu brauchen. Denn q kommt nur als q^2 und f nur als $f q$ darin vor. In der Tat werden diese Fälle beobachtet und zwar dort, wo sehr unvollkommene Gase beteiligt sind; es ist daher zuerst zu vermuten, daß es sich nur um Abweichungen handelt, die von unvollkommener η -Reduktion auf Zweierstöße rührt. Umgekehrt könnte man dann sagen: Gasunidealität macht q und f imaginär.

Bis zwingende Gründe experimenteller Art zu ihrem Aufgeben nötigen, werden wir also die Unidealitätsdeutung oder einfach Zufallsfehler für Imaginärwerden von q und f als Deutung beibehalten.

Gehen wir jetzt zu unseren Berechnungsverfahren zurück.

Der zweite Differentialquotient von η_m nach x liefert mit

$$(28e) \quad 2(\eta_m - \eta_{12}) \leq \eta_m \left(\frac{q}{f} + \frac{1}{qf} \right) - \left(\eta_1 \cdot \frac{q}{f} + \eta_2 \frac{1}{qf} \right)$$

die Bedingung für Maximum bei η_m oder für Wendepunkt bei η_m .

Hat man nicht bei $x = 1/2$ hinreichend gute Meßpunkte, wohl aber bei der „Sehnentangente“, die der Sehne durch η_1 und η_2 parallel angelegt wird, so wird der Ausdruck verwickelter:

$$(31) \quad \eta_{12} = \eta_2 \cdot \frac{\frac{D_2}{D_1} \cdot x(x(\eta_1 - \eta_2) - 2(\eta_1 - \eta_m)) - D_2(x(1-x)(\eta_1 - \eta_2) + (1-2x)\eta_m) + (1-x)^2(\eta_1 - \eta_2) + 2(1-x)(\eta_2 - \eta_m)}{\frac{D_2}{D_1} \cdot x(x(\eta_1 - \eta_2) - 2(\eta_1 - \eta_m)) - D_2(1-2x) + (1-x)^2(\eta_1 - \eta_2) + 2(1-x)(\eta_2 - \eta_m)} \quad (\text{Sehnentangente})$$

Beide Ausdrücke (30) und (31) sind auf alle (5) gehorchenden η - x -Kurven anwendbar.

β) Verfahren für Sonderfälle

Als solche kommen in Betracht: Lineare η - x -Kurve; Maximum im Diagramm; Achsenmaximum auf einer Reingasachse; kein Maximum.

1. Lineare η - x -Kurve

Nach S. 821 vorige Mitteilung Gl. (9c u. d) ist hier stets

$$\dot{q} = f = 1 \quad \text{und} \quad \eta_{12} = \frac{\eta_1 + \eta_2}{2},$$

womit auch $F = \frac{\eta_1 + \eta_2}{2\sqrt{\eta_1 \eta_2}}$ (für $\eta_1 = \eta_2$ ebenfalls gleich 1) und

die Temperaturfunktion von η_{12} bei bekannten Reingas- η fertig gegeben sind.

Dann wird im allgemeinen der Unterschied zwischen η_1 und η_2 und von M_1 und M_2 nur sehr klein, so daß sich in Gl. (10b) der daraus berechnete k_{12} -Wert einem unbestimmten Wert bedenklich nähert und für $\eta_1 = \eta_2$ einen solchen annimmt. Die Enskog-Chapmansche Theorie erwartet für k_{12} keine Nullwerte und muß also bei linearen Kurven, falls $\eta_1 = \eta_2$ ist, auch Isobarie erwarten; in der Tat ist das so (Beispiele N_2 -CO; N_2O -CO₂). Es ist schade, daß gerade hier unbestimmte Werte erscheinen; denn so wird auch der Diffusionskoeffizient einigermaßen oder auch ganz unbestimmt [vgl. Gl. (3)]. Hier hilft dann Gl. (19) vorige Mitteilung aus.

2. Kurven mit Maximum

Differentiation der Mischungs Gleichung (5) nach x und Nullsetzen liefert die Maximumbedingung, die bei geeigneten η -Werten grundsätzlich immer erfüllt sein kann. Beachtenswert sind folgende Sonderfälle:

Für $q = 1$ wird:

$$(32) \quad x_{\max} = \frac{1}{1 + \frac{\eta_1 - f\eta_{12} - \eta_m(1-f)}{\eta_2 - f\eta_{12} - \eta_m(1-f)}}.$$

Ist auch $f = 1$, was vermutlich mit $q = 1$ im allgemeinen verknüpft ist, so vereinfacht dies (32), ohne die Maximummöglichkeit aufzuheben. Gäbe es den Fall, daß eines von beiden, q oder f Eins, das andere von 1 verschieden wäre, so dürfte auch gleichzeitig η_{12} dem arithmetischen oder dem geometrischen Mittel von η_1 und η_2 gleich sein, ohne daß die Maximummöglichkeit verloren geht.

Benennen wir im *Maximumfall* das größere η mit η_1 . Wir suchen auf der Kurve die Stelle x_1 , wo

$$(33a) \quad \eta_m = \eta_1.$$

Dann ist

$$(33b) \quad \eta_{12} = \eta_1 + \frac{(\eta_1 - \eta_2)}{2qf} \frac{(1-x_1)}{x_1}.$$

D. h. η_{12} ist hier stets größer als das größere von beiden Reingas- η . Man setzt (33) in eine beliebige Ordinate η_m ein, zu der x (ohne Index) gehört. Dann wird:

$$(34a) \quad f = \frac{(\eta_1 - \eta_m) q^2 x^2 - (\eta_2 - \eta_1) ((1-x_1)/x_1) x (1-x) + (\eta_2 - \eta_m) (1-x)^2}{2(\eta_m - \eta_1) q x (1-x)}$$

und aus zwei symmetrischen Ordinaten η_{m_2} bei x (Gehalt an Gas 1) und η_{m_1} bei $(1-x)$ (Gehalt an Gas 1) erhält man:

$$(35a) \quad q = \sqrt{\frac{\left(\frac{(\eta_{m2} - \eta_{m3})(\eta_2 - \eta_1)}{(\eta_{m2} - \eta_1)(\eta_{m3} - \eta_1)}\right) \frac{1 - x_1}{x_1} \cdot x(1 - x) + \frac{\eta_2 - \eta_{m3}}{\eta_{m3} - \eta_1} \cdot x^2 - \frac{\eta_2 - \eta_{m3}}{\eta_{m3} - \eta_1} (1 - x)^2}{x^3 - (1 - x)^3}}.$$

Man setzt das q -Mittel ein in (34) und dann das f -Mittel und das q -Mittel in (33). Im Ergebnis ist x_1 mit $(1 - x_1)$ zu vertauschen, wenn $\eta_2 > \eta_1$ ist. Oder noch einfacher aus der Ableitung beim *Maximum*, wenn es bei $x = 1/2$ liegt:

$$(34b) \quad f = \frac{(1 - x)(\eta_2 - \eta_m) - q^2 x(\eta_1 - \eta_m)}{q(1 - 2x)(\eta_{12} - \eta_m)},$$

was allgemein gilt, also auch für die Tangente bei $x = 1/2$. Nennen wir dies Hälften- η η_h , dann wird:

$$(35b) \quad q^2 = \frac{\eta_2 - \eta_h}{\eta_1 - \eta_h} \text{ (Ausgezeichnetster Fall).}$$

Dies gibt mit (28b) sogleich η_{12} nach:

$$(28e) \quad \eta_{12} = \frac{q^2 + A_2/A_1}{q^2 + (A_2/A_1) \cdot \eta_2/\eta_1}.$$

Mit beiden geht man in (28a) oder in (34b) und gewinnt so f . Diese Rechnung hat den Vorzug, daß man damit den Unbestimmtheiten aus dem Weg geht, die für die Nähe des Mittelmaximums auftreten können. Dieser Weg ist der einfachste, setzt aber die Kenntnis der Maximallage (Isotherme) bei $x = 1/2$ voraus.

Liegen die Maxima streng auf einer Geraden, so ist, wenn η_k das kleinere, η_g das größere Achsenmaximum:

$$(35c) \quad x_{\max} = c \cdot (\eta_{\max} - \eta_k)$$

und dann ist η_{\max} die Wurzel der quadratischen Gleichung:

$$(35b) \quad \eta_{\max} = \frac{-B \pm \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A},$$

worin:

$$(35e) \quad \begin{cases} A = c(q^2 - 2qf + 1); \\ B = c(2qf(\eta_{12} + \eta_k) - q^2(\eta_1 + \eta_k) - (\eta_2 + \eta_k) + (qf - 1)); \\ C = (\eta_2 - qf\eta_{12}) - c\eta_k(2qf\eta_{12} - q^2\eta_1 - \eta_2). \end{cases}$$

Dabei liegt das größere Achsenmaximum bei $x = 1$, das kleinere bei $x = 0$. Man berechnet natürlich leicht das letztere nach:

$$(35f) \quad \eta_k = \frac{\eta_{\max} - x\eta_g}{1 - x}.$$

Es ist c einfach die reziproke Höhendifferenz der Achsenmaxima. Diese Ausdrücke gelten für alle Temperaturen, wo Maxima vorliegen. Das führt zu den

3. Kurven mit Achsenmaximum

Dies ist der zweitausgezeichnetste Sonderfall (vgl. auch weiter unten, S. 842 und 843). Da das zu einem Maximalwert η_m gehörige x_m , wie Differentiation von (5) und Nullsetzen lehrt:

$$(36) \quad x_m = \frac{(\eta_2 - \eta_m) - q f(\eta_{12} - \eta_m)}{(\eta_2 - \eta_m) - 2 q f(\eta_{12} - \eta_m) + q^2 (\eta_1 - \eta_m)}$$

allgemein ergibt, so wird für ein Achsenmaximum auf der η -Achse, das mit $\bar{\eta}_2$ bezeichnet sei,

$$(37a) \quad x_m = 0$$

und also der Zähler in (36) Null werden müssen, also auch

$$(37b) \quad \eta_{12} = \bar{\eta}_2.$$

Damit wird, falls η_1 und η_2 die jeweils zum Achsenmaximum $\bar{\eta}_2$ bzw. $\bar{\eta}_1$ gehörigen Reingaswerte auf der anderen Achse bezeichnen, die Beziehung erhalten:

$$(37c d) \quad F = \sqrt{\frac{\bar{\eta}_2}{\eta_1}} \text{ für } x = 0 \quad \text{und} \quad F = \sqrt{\frac{\eta_1}{\bar{\eta}_2}} \text{ für } x = 1.$$

wo bei (37 c) das Maximum auf der η_2 -Achse, bei (37 d) auf der η_1 -Achse liegt.

Im η - x -Diagramm ist das Achsenmaximum der Punkt, in dem die Maximagerade mit der Verbindungslinie aller auf η - x -Kurven liegenden η_{12} -Werte zusammentrifft.

Das Isothermenstück an der anderen Achse gibt, wenn η'_m dort die Ableitung nach x ist:

$$(38) \quad qf = \left(\eta'_m + \frac{\eta_2 - \eta_m}{1 - x} \right) \frac{(1 - x)^2}{(1 - 2x)(\eta_{12} - \eta_m)}.$$

Dies in Gl. (29) für die Mitteltangente eingesetzt liefert dann q^2 und somit auf f selbst.

4. Kurven ohne Maximum

Es scheint, daß alle η - x -Kurven folgenden Verlauf haben: Bei tiefer Temperatur liegt ein Maximum auf der Leichtgasachse, läuft (mindestens genähert) linear hinüber zur anderen, wenn man zu Isothermen höherer Temperatur übergeht, und läuft über das (bisher einzig zugänglich gewesene obere) Achsenmaximum zum Diagramm hinaus zu irrealen Werten von x und η , also zu $0 > x > 1$.

Dabei sind offenbar die maximumfernen Teile der Kurven allgemein schwach konkav, und nur die maximumnahen konvex nach oben. Das ist bei den Tangentenverfahren zu beachten, und bringt mit sich, daß dort, wo von einem Maximum aus die Isotherme einseitig sehr steil abstürzt, bald ein Wendepunkt angedeutet ist.

b) **Erfahrungsergebnisse bei der Berechnung der Konstanten**

a) Konstanz bei Variation der x

Dies Ergebnis kann weitgehend als gesichert gelten. Denn selbst bei Gemischen aus Wasserstoff und Xenon, wozwischen η und q recht verschieden sind, und F groß ist, läßt sich ein Gang der nach (24) berechneten q , die also zugleich die Konstanz von η_{12} und f voraussetzen, mit x nicht behaupten. Andeutungen von x -Abhängigkeit unterliegen stets dem Zweifel, ob nicht eine Gasunvollkommenheit, also Teilnahme von Dreierstößen an η merklich wird.

Die Prüfung der q auf Unabhängigkeit von x ist zuerst versucht worden mit $f = 1,00$; sie stimmt schon da recht gut. Da hatte man somit eine zweikonstantige Formel. Es kann also nicht wundernehmen, daß beim Hinzunehmen einer dritten, auch angepaßten Konstanten die Übereinstimmung jetzt ganz vollkommen wird.

Es ist am zweckmäßigsten Gl. (30), (28b) und (28a) zu benützen. Das bedeutet, daß man die beiden Randstücke der η - x -Kurve nach Steigung und Lage in der Hauptsache als gegeben ansieht, dazu das Mittelstück (für die Mitteltangente) der Steigung nach.

Um die Fehler zu beurteilen, gibt man jedem dieser 3 Stücke die beiden mit den Messungen verträglichen Extremwerte, kombiniert jedes mit jedem sachgemäß und findet so allgemein 8 verschiedene η_{12} -Werte, bzw. ebenso viele q und f . Mittelt man über sie, setzt sie in die Mischungsgleichung (5) ein und berechnet damit η_m für $x = 1/4, 1/2$ und $3/4$, so übersieht man sogleich, daß die Gl. (5) den Sachverhalt in den Fehlergrenzen darstellt (vgl. Tafeln). Da es, wie gesagt, sehr unwahrscheinlich ist, mit 3 frei wählbaren Konstanten die Kurven nicht darstellen zu können, so wird eine Auffindung einfacher Beziehungen zwischen diesen Konstanten oder mit anderen große Bedeutung haben. Denn sie erst kann das Gewicht der Vermutung erhöhen, daß die gefundenen Konstantenzahlwerte durch tatsächliche Geltung der einfachen Voraussetzungen von (5) bedingt sind und nicht durch eine „Verpassung darauf, daß diese Funktion genügt“.

Endlich beachte man, daß verschiedene Verfahren, wie wir sie jetzt zusammengestellt haben, im allgemeinen auch verschiedenen Einfluß der Meßfehler mitführen und daß sie deshalb auch recht verschiedene Mittelwerte der Konstanten, vor allem von q ergeben können. Man darf deshalb den Beträgen von q , die so berechnet sind, kein größeres Ge-

wicht beilegen, als sie wirklich haben; entsprechendes gilt auch, wie wohl *sehr* gemildert, für die zwei anderen Konstanten.

Diese Vorbehalte sind bereits zu berücksichtigen, wenn man irgendwelche theoretische Deutung damit gefundenen Konstanten unterlegt.

β) Temperaturabhängigkeit der Konstanten

Die heutigen Messungen an Gemischen erstrecken sich im allgemeinen nur auf den Temperaturbereich $20-250^{\circ}\text{C}$. Gehen sie tiefer, so ist die Genauigkeit und Idealität da im allgemeinen nur mäßig. Deshalb ist die in diesem Bereich im allgemeinen gefundene Temperaturunabhängigkeit der Mischquerschnitte q mit Vorbehalt anzuführen.

Obwohl man die Konstanten F und f , namentlich bei tiefem T von diesem als abhängig ansehen wird, so ist doch wahrscheinlich, daß sie, aus Symmetriegründen sowohl bei hohen wie bei tiefsten Temperaturen Grenzwerte haben werden, oder da mindestens sehr einfache T -Funktionen sein werden. Und im bisherigen Meßbereich kommt man im allgemeinen mit etwa konstanten F und f aus.

γ) Die „Unpaar“-Reibung η_{12}

Daß η_{12} eine T -Funktion ist, und zwar eine von grundsätzlich demselben Bau wie jedes andere Reingas- η — unterschieden von ihm nur durch das Fehlen gewisser Symmetriecharaktere — muß als sicher gelten. Insoweit ist auch für das „Unpaargas“ 1,2 wohl ein kritischer Temperaturpunkt $T_{k,12}$ anzunehmen, und nicht ein kritisches Intervall, wie man es bei hochgedrückten Gemischen beobachtet, wenn sie vom zweiphasigen in den einphasigen Zustand übergehen.

Man kommt zu Vermutungen über die Lage dieses $T_{k,12}$, wenn man den Verlauf von η_{12} in einem η - x -Diagramm verfolgt. Das kann man heute, wo die Berechnungswege für η_{12} [vgl. oben Gl. (26), (30), (35), (37)] eingehend bekannt sind.

Zunächst hat η_{12} an sich in einem η - x -Diagramm nichts zu suchen, denn η_{12} hängt von x nicht ab. Jedoch kann man oberhalb des oberen Achsenmaximums auf jeder Isotherme einen Punkt von η_m finden, der zahlenmäßig mit dem Wert von η_{12} für dieselbe Temperatur zusammenfällt. Da aber zu diesem Isothermenpunkt dann ein bestimmtes x gehört, so ist hiermit auch jedem η_{12} oberhalb des oberen Achsenmaximums ein bestimmtes x eindeutig zugeordnet. Die Kurve, die so x und η_{12} im Diagramm verknüpft, geht vom oberen Achsenmaximum aus ins Diagramm hinein, wo sie voraussichtlich mit steigender Temperatur mehr und mehr einer (etwa oder

genau) der Ordinate $x = 0,5$ naheliegenden Bahn sich anschließen wird.

Kennte man die Stelle, wo $\eta_m = \eta_{12}$ wird, so gälte dort:

$$(39a) \quad q^2 = \frac{\eta_2 - \bar{\eta}_m}{\bar{\eta}_m - \eta_1} \cdot \left(\frac{1 - x'}{x'} \right)^2$$

und es wäre für eine andere Stelle von x und η_m

$$(39b) \quad \frac{\eta_m (q^2 x^2 + (1-x)^2) - (\eta_1 q^2 x^2 + \eta_2 (1-x)^2)}{(\bar{\eta}_m - \eta_m) 2qx(1-x)} = f.$$

Mit 4 solchen Ordinaten η_m scheidet man f und q aus und erhält eine sehr verwickelte Gleichung für die Größe $\bar{\eta}_m$, die wir deshalb hier nicht anführen. Denn sie wird kaum mehr leisten als unsere allgemeinen Gl. (24) bis (31).

Aus Symmetriegründen haben wir stets bereits auch ein unteres Achsenmaximum angenommen, bei H_2 - oder He-Gemischen voraussichtlich bei sehr tiefen Temperaturen. Man wird wieder aus Symmetriegründen schließen, daß sich von da analog den hohen Temperaturen eine η_{12} - x -Kurve ins Diagramm nach unten zieht, die etwa auf $x = 0,5$ als Grenzwert asymptotisch senkrecht abfällt. Dies untere Stück wird, weil unsere Temperaturskala nach oben ∞ ist, nach unten einen Nullpunkt hat, aus diesem willkürlichen Grund also, im Verhältnis zum Hochtemperaturstück ganz verkürzt, gestaucht erscheinen.

Nun wird das Gebiet zwischen den beiden Achsenmaxima, soweit heute bekannt, von einer Geraden durchquert, auf der die Maxima liegen; ob es wirklich, auch in den Randstücken, eine Gerade ist und nicht vielmehr dadurch eine Kurve zu ersetzen, kann noch bezweifelt werden, ist aber wegen der Weichheit der Maxima experimentell kaum entscheidbar. Nehmen wir einstweilen die Gerade an. Dann ergibt sich, abermals aus Symmetriegründen folgendes:

Die Gerade muß [vgl. Gl. (33b)] an den Endpunkten den Wert η_{12} enthalten. Ob auch an anderen Stellen, wollen wir an Hand der Ableitung von η_m nach x verfolgen. Bildet man sie und setzt sie, des Maximums wegen, gleich Null, so findet man leicht, gültig für jedes Maximum, den Wert η_{12} mit:

$$(40) \quad \eta_{12} = \eta_{\max} + \frac{x(q^2[\eta_{\max} - \eta_1] + [\eta_{\max} - \eta_2]) - [\eta_{\max} - \eta_2]}{qf(1-2x)}.$$

Stets ist wegen des Maximums

$$(41) \quad \eta_{\max} \geq \eta_1; \quad \eta_{\max} \geq \eta_2.$$

Die η -Differenzen im Bruch in (40) sind also stets positiv oder Null, also auch die beiden Summanden als solche.

Wie oft fällt η_{12} mit η_{\max} zusammen und bei welchen Bedingungen liegt es über, bei welchen unter η_{\max} ?

Zunächst hat man Zusammenfallen für die beiden Achsenmaxima:

$$(42) \quad x = 1; \quad \eta_{\max} = \eta_1 > \eta_2 \quad \text{und} \quad x = 0; \quad \eta_{\max} = \eta_2 > \eta_1.$$

Dazu kommt der dritte Fall, daß bei endlichen Summanden im Zähler von (43) nur ihre Differenz Null wird; da bestehen dann die Gleichungen:

$$(44a, b, c) \quad \left\{ \begin{aligned} q^2 &= \frac{\eta_{\max} - \eta_2}{\eta_{\max} - \eta_1} \cdot \frac{(1-x)}{x}; & x &= \frac{1}{1 + q^2 \frac{\eta_{\max} - \eta_1}{\eta_{\max} - \eta_2}}; \\ \eta_{\max} &= \frac{\eta_1 q^2 x - \eta_2 (1-x)}{q^2 x - (1-x)}. \end{aligned} \right.$$

In (40) tritt aber wegen (35b) ein unbestimmter Wert bei $x = 0,5$ auf.

Also differenzieren wir Zähler und Nenner nach x und erhalten den x -freien und stets kleinen Ausdruck:

$$(45) \quad - \frac{(\eta_{\max} \cdot q^2 + \eta_{\max}) - (\eta_1 q^2 + \eta_2)}{2 q f}.$$

D.h. bei $x = 0,5$ liegt η_{12} stets um diesen kleinen Betrag unter dem Maximum, da stets η_{\max} größer als η_1 oder η_2 ist.

Man kann auch einiges voraussehen über den Verlauf von η_{12} auch in einem η_{12} - T -Diagramm. Da wir das Gas 12 als ein (nicht isolierbares) Reingas ansehen, erwarten wir, daß es auch eine Stelle der η_{12} - T -Kurve jeweils geben wird, deren Tangente durch den Nullpunkt geht, und die also dadurch eine „kritische“ Temperatur T_{k12} und die „kritische Unpaar-Gasreibung η_{k12} “ definiert. Ihr Quotient, das Steigungsverhältnis der Tangente, definiert also $a_{12} = \eta_{k12}/T_{k12}$. Dann wird auch jedes η_{12} allgemein dargestellt durch

$$(46a) \quad \eta_{12} = \left(\frac{\eta_{12k}}{T_{12k}} \right) \cdot T^{n_{12}}$$

und man bestimmt auch hier grundsätzlich den Exponenten aus:

$$(46b) \quad n_T = \frac{\log \eta_T - \log a}{\log T},$$

wozu Kenntnis des a nötig ist. Außerdem nehmen wir für $T = \infty$ und für $T = 0$ auch hier einen Grenzwert n_{12g} an.

δ) Die Zahlwerte der Konstanten; Tabellen

Um ohne Figuren den Habitus der η - x -Kurven wiederzugeben je im Meßgebiet, ist in den folgenden Tafeln entweder durch Max das Maximum vermerkt oder durch + p die Prozentzahl, um die sich η_m bei $x = 0,5$ über das Mittel von η_1 und η_2 erhebt, in Bruchteilen dieses arithmetischen Mittels ausgedrückt. Ein negatives p bedeutet also nach unten gesenkte, ein positives nach oben gewölbte Kurven.

Die folgenden Tafeln enthalten einen Auszug aus der Meß- und Rechenarbeit von rund 10 Jahren, womit wir versucht haben, eine breite Erfahrungsgrundlage für dies Gebiet beizuschaffen. Wir stellen hier die allgemeinen Ergebnisse vorweg zusammen:

Aus Reibungsmessungen an binären Gasmischungen kann man grundsätzlich alles erfahren, was zur völligen Beherrschung der Reibungsgrößen binärer und beliebig polynärer idealer Gasmischungen benötigt wird; denn die Erscheinungen betrachten wir grundsätzlich als solche von Zweierstößen.

An Hand der Reingasreibungen η_1 und η_2 , der Mischreibung η_x für ein bestimmtes Mischverhältnis $x/1 - x$ sind folgende Größen ermittelt worden:

1. Kenngrößen aus unseren Messungen mit Gl. (5): q ; f ; F (bzw. η_{12}). Innerhalb der η_{12} ward noch bestimmt n_{12} ; n_{s12} ; T_{k12} ; a_{12}^{-1} ; m_{12} ; η_{k12} . Innerhalb F der konstante Faktor F'_{12} .
2. Kenngrößen aus der Enskog-Chapman-Theorie und unseren Messungen: s_{12} (aus n_{12}); k_{12} (aus s_{12}); G_{12} (aus η_{12} und k_{12}); D_{12} (aus G); σ_{12} für T_{k12} und die Versuchstemperaturen.
3. Kenngrößen aus Gl. (5) über Enskog-Chapman-Theorie: q_k aus k_{12} ; q_σ aus σ_1 und σ_2 , verschieden von q_k nach Definition; $f = 1$.
4. Kenngrößen aus empirischen Regeln: F ; F' .

1. Die Treffquerschnitte q

a) Rein aus Messungen berechnen sich die sehr schwankenden q_m , die nur dann erhebliche Sicherheit bekommen, wenn sie aus q_{max} bei $x = 1/2$ unmittelbar zu entnehmen sind. Beispiele sind dafür:

Ar: He	2,55	bei $T = 293$	C_2H_6 : H_2	2,55	bei $T = 523$
SO_2 : H_2	3,36	432	C_2H_4 : NH_3	1,33	313
NH_3 : H_2	2,12	373			
C_2H_4 : H_2	3,02	473			

Daß auch sie nicht sehr scharf sind, sieht man sogleich daran, daß sie allzuoft gerade für die Versuchstemperaturen angegeben und nicht weiter interpoliert sind; das hätte wegen der Unschärfe der Maxima keine hinreichende Begründung gehabt. Daß die q_m insgesamt in den Fehlern der Dreiecksbeziehung sich fügen, kann wegen ihrer großen Streubreite nicht wundernehmen. Dagegen hat dies die Enskog-Chapman-Theorie nicht erwartet bei

b) den aus η_1/η_2 , den Molgewichten und den mit s_{12} ermittelten q_k , wozu man der k_{12} bedurfte. Die q_k enthalten also Meßergebnisse über den T -Koeffizienten der η_{12} , wenn diese auch nur einen sehr kleinen Einfluß darin haben. Stellt man die Mittel der q über die der q_k , je genommen über den ganzen Temperaturbereich der Messung, so ergeben sie folgende Tafel:

Tabelle 1
Treffquerschnitte

	He-H ₂	Ne-He	Ar-He	Ar-Ne	Ne-H ₂	Ar-H ₂	O ₂ -CO(N ₂)
q_m	,985	1,18—1,8	2,54—2,66	1,29—2,57	1,41—2,00	2,21—2,38	,6—1,15
q_k	,90 ₉	1,61 ₉	2,58 ₈	1,55 ₇	1,50 ₈	2,45 ₁	,976
q_o	,63	1,48	2,64	1,80	,93 ₇	1,68	,907

	N ₂ -H ₂	CO-H ₂	CO ₂ -H ₂	N ₂ O-H ₂	SO ₂ -H ₂	HCl-H ₂	NH ₃ -H ₂
q_m	(1,91)	2,99	3,15	2,62	3,35—3,95	1,3—3	2,15
q_k	2,36 ₆	2,36 ₆	3,07 ₇	3,08 ₁	4,02 ₈	2,84 ₄	2,32 ₆
q_o	1,85	1,85	2,54	2,54	3,54	2,33	2,28

	CH ₄ -H ₂	C ₂ H ₄ -H ₂	C ₂ H ₆ -H ₂	C ₃ H ₈ -H ₂	C ₂ H ₆ -CH ₄	C ₂ H ₆ -CH ₄	C ₂ H ₆ -C ₂ H ₆
q_m	—	2,6—3,0 ₃	1,74—3,1	5,7—7,1	1,5—1,7	... 1,5	1,3—1,6
q_k	2,23 ₄	3,03 ₃	3,24 ₆	4,14 ₈	1,41 ₈	1,78 ₃	1,25 ₅
q_o	2,15	3,14	3,41	2,92	1,59	1,38	,86 ₂

	C ₂ H ₄ -NH ₃	O ₂ -NH ₃	NH ₃ -N ₂	C ₂ H ₄ -N ₂	C ₂ H ₄ -CO	C ₂ H ₄ -O ₂	C ₂ H ₆ -CO ₂ (N ₂ O)
q_m	,8—1,5	—	—	1,25—1,31	1,24—1,31	1,31—1,34	1,34
q_k	1,29 ₈	,956	1,01 ₃	1,27 ₈	1,27 ₁	1,32 ₃	1,34
q_o	1,34	,732	1,20	1,92	1,93 ₃	1,90	1,15 (1,14)

Wenn auch stellenweise eine gewisse Tendenz besteht, daß die q_m größer seien als die q_k , so liegt das doch wohl in den Fehlern. In den q_k aber dann die genauen Werte zu sehen, ist wohl sicher ebenfalls unberechtigt; denn die Theorie nahm keinen T -Koeffizienten der T -Exponenten n an. Praktisch jedoch verdienen dennoch aller Wahrscheinlichkeit nach die q_k

meistens den Vorrang. Die vollkommene Übereinstimmung bei Isobaren rührt natürlich nur daher, daß hier $q^2 = \eta_2/\eta_1$ in beiden Fällen benützt ward; denn die q an fast linearen Kurven anders zu ermitteln, geht nicht gut.

c) Zur Bestimmung der q_k bedarf man der k_{12} und also der n_{12} , die bisher nicht bekannt waren, sondern umständlich über den T -Koeffizienten der an sich nicht sehr genauen η_{12} gewonnen werden mußten. Heute haben wir eine Vorschrift gefunden, die ohne Kenntnis von η_{12} das n_{12} aus den Kenngrößen der Reingase ermitteln läßt (vgl. w. u.). Es ergibt k_{12} und mit η_2/η_1 und den Molgewichten erhält man dann q_k nach (10a).

d) Zwar liegt q_k nie weit von q_σ , mit dem es funktional verwickelt verbunden ist; aber es ist doch hinreichend verschieden, daß man nicht allzu einfache Regeln zur Verknüpfung beider findet. Solche sind etwa: für q_k/q_σ :

Tabelle 2

Regeln über q_k/q_σ

He-H ₂	1,43	1,10 ₆ ≈ 1,12 ₆ < 1,09	Ne-He	1,04 ≈ 1,02	NH ₃ -H ₂
Ne-H ₂	1,61				
Ar-H ₂	1,46				
N ₂ -H ₂	1,27				
N ₂ O-H ₂	1,21	1,12 ₆	(unsicher, weil unideall.)	,95 ≈ ,97	C ₂ H ₄ -H ₂
SO ₂ -H ₂	1,14	1,06			

(unsicher, weil unideall.)

Beachtenswert ist das Verhalten der Ne-Gemische mit ihren hohen q_k/q_σ .

e) Heute im Besitz der T -Funktionen von η_{12} können wir auch die $q_{k_{krit.}}$ berechnen, d. h. jene q_k , die für die kritische Temperatur des Unpaargases gelten.

Die Beträge liegen außer bei He-H₂ unter den q_σ -Maxwell, zwischen 0,667 (He/H₂) und 6,0 (C₂H₆/H₂). D. h. die T -Koeffizienten sind auch hier normal klein und gehen bis zu etwa höchstens 10 v. H. für 250° Bereich. Auch die $q_{k_{krit.}}$ erfüllen die Dreieckbeziehung noch auf wenige Prozent genau.

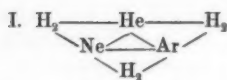
Von praktischem Wert ist die Regel, daß $q_{k_{krit.}}$ für H₂-Mischungen der $\sqrt{T_k}$ des schwereren Gases ganz gut proportional geht, und ähnliches findet man für andere Gemische. Damit gewinnt man bei bekannten M und T_k die Möglichkeit, je ein η über $q_{k_{krit.}}$ vorauszusagen und damit die ganze η - T -Kurve nach Beträgen und Steigung.

Die $q_{k_{krit.}}$ sind weiter unten tabelliert.

f) Gasdreiecke kann man in drei Figuren vereinigen, wenn man fast alle unsere Messungen auf einen Schlag übersehen will:

Tabelle 3

Gasdreiecke



$$\text{He} : \text{H}_2 = ,90$$

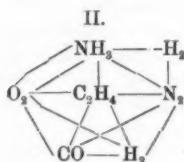
$$\text{Ne} : \text{He} = 1,62$$

$$\frac{\text{Ar} : \text{H}_2}{\text{Ar} : \text{He}} = ,95$$

$$\frac{\text{Ar} : \text{He}}{\text{Ar} : \text{Ne}} = 1,66$$

$$\frac{\text{Ne} : \text{H}_2}{\text{Ne} : \text{He}} = ,93$$

$$\frac{\text{Ne} : \text{H}_2}{\text{He} : \text{H}_2} = 1,67$$



$$\frac{\text{C}_2\text{H}_4}{\text{H}_2} = 3,03$$

$$\frac{\text{C}_2\text{H}_4 : \text{N}_2}{\text{H}_2 : \text{N}_2} = 3,00$$

$$\frac{\text{C}_2\text{H}_4 : \text{CO}}{\text{H}_2 : \text{CO}} = 3,01$$

$$\frac{\text{C}_2\text{H}_4 : \text{H}_2}{\text{O}_2 : \text{H}_2} = 1,30$$

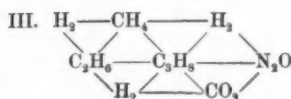
$$\frac{\text{C}_2\text{H}_4}{\text{O}_2} = 1,32$$

$$\frac{\text{C}_2\text{H}_4 : \text{CO}}{\text{O}_2 : \text{CO}} = 1,31$$

$$\frac{\text{C}_2\text{H}_4 : \text{NH}_3}{\text{O}_2 : \text{NH}_3} = 1,35$$

$$\text{NH}_3 : \text{N}_2 = 1,01$$

$$\frac{\text{NH}_3 : \text{H}_2}{\text{N}_2 : \text{H}_2} = 0,98$$



$$\text{C}_2\text{H}_6 : \text{H}_2 = 4,15$$

$$\frac{\text{C}_2\text{H}_6 : \text{CO}_2}{\text{H}_2 : \text{CO}_2} = 4,13$$

$$\frac{\text{C}_2\text{H}_6 : \text{N}_2\text{O}}{\text{H}_2 : \text{N}_2\text{O}} = 4,14$$

$$\frac{\text{C}_2\text{H}_6 : \text{CH}_4}{\text{H}_2 : \text{CH}_4} = 3,91$$

$$\frac{\text{C}_2\text{H}_6 : \text{C}_2\text{H}_6}{\text{H}_2 : \text{C}_2\text{H}_6} = 4,07$$

$$\text{C}_2\text{H}_6 : \text{CH}_4 = 1,42$$

$$\frac{\text{C}_2\text{H}_6 : \text{C}_2\text{H}_6}{\text{CH}_4 : \text{C}_2\text{H}_6} = 1,43$$

In diesen Tabellen fehlen nur NO-N₂; NO-NOCl; NOCl-Cl₂-Gemische.

Die heutige Enskog-Chapman-Theorie ließ diese Dreieckschlüsse nicht voraussehen, aber sie liefert doch zusammen mit den η -Messungen Zahlen, die sie, wie man sieht, recht nahe erfüllen. Es ist möglich, daß die Erfüllung dann einmal streng sein wird, wenn die k_{12} so berechnet sein werden, wie es der von uns entdeckten T -Funktion der Abstoßungsexponenten entspricht.

g) Eine Beziehung zwischen Treffquerschnitten q_k und den Reibungskonstanten a_1 und a_2 der Reingase ist unverkennbar; doch muß man natürlich dafür die $q_{k_{\text{krit}}}$ nehmen, die man aus (10a) berechnen kann. Vergleicht man die beiden Größen in der Form:

$$(47) \quad \frac{1/a_2}{1/a_1} \cdot q = q_2,$$

die der früheren Definition der φ dem Sinn nach entspricht, so findet man die Zahlen von Tab. 4, die dort neben F' gestellt sind, weil die größten φ an derselben Stelle sich finden wie die größten F' ; wenn auch der Parallelismus nicht durchgeht.

Alle φ_q für H_2 -Gemische liegen zwischen 2 und 5,3.

Sehr genau gleich sind die φ zwischen NeH_2 und ArH_2 und sie haben da wohl in den Fehlern den doppelten Zahlwert des φ für HeH_2 ; aber noch mehr, die φ sind auch für $NeHe$ und $ArHe$ untereinander gleich. Weitere Regelmäßigkeiten zeigen sich, wenn man φ gegen die Summe der Ordnungszahlen des Beigases aufträgt. Man kann nach solchen Diagrammen φ voraussagen und danach auch bei bekannten a die q .

2. Die Enskog-Chapman-Konstante k_{12}

Sie hat sich, wie wir sahen, zur q_k - und damit zur mittelbaren q_m -Bestimmung bewährt und damit die große Mühe nachträglich doch gelohnt, die andere und auch wir an die zahlenmäßige Bestimmung über λ' und λ'' gewendet haben. Bei dieser Gelegenheit sei bemerkt, daß zu unseren Berechnungen meist die Genauigkeit des großen Rechenschiebers genügt hat (wo es sich nicht um Exponentielle handelt); denn die η -Messungen selbst sind nicht genauer.

Neue Zahlwerte für Zwischenargumente von λ' und λ'' hat Futterer auf meinen Anlaß, unterstützt von der Heidelberger Akademie der Wissenschaften berechnet.

Führt man die Berechnung von k_{12} rein über das gemessene q_m , so stößt man zwar gelegentlich auch auf theoretisch erlaubte k_{12} ; meist aber liegen sie höher oder tiefer und bewegen sich im allgemeinen zwischen 0,3 und 1,7, erreichen aber auch 0,1 und 2,3.

Entnimmt man q aus (30) oder (28b), im Notfall aus (24), aber nicht aus (10a) und ermittelt nach (10b) aus jedem einzelnen q das k_q , so kommen folgende Fälle vor:

1. Negative k_q ($Ar-Ne$; $C_3H_8-C_2H_6$ ein Wert) entstammen sehr ungenauer Differenzbestimmung und dürften wohl sicher bei höherer Genauigkeit verschwinden.
2. Sehr große k_q ($C_2H_6-CH_4$; $C_3H_8-H_2$ stellenweise) sind auch ersichtlich nur auf Fehlervergrößerung zurückzuführen.
3. k_q über ,775, aber meist unter 2 ($He-H_2$; z. T. $Ar-He$; $Ne-H_2$; CO_2-H_2 ; $C_3H_8-H_2$; $C_2H_6-CH_4$; $C_2H_6-C_3H_8$; $C_3H_8-CH_4$), wie man sieht, vor allem bei viel H häufig beobachtet.

4. k_q unter ,775 (Ne-He; N_2O-H_2 ; $HCl-H_2$; $C_2H_4-H_2$; $C_2H_6-H_2$). Daß CO_2-H und N_2O-H_2 nicht in derselben Gruppe stehen, ist gewiß auf Fehler zurückzuführen. Wie weit das aber die Gruppen 3. und 4. an sich als Fehlerfolgen erscheinen läßt, bleibt offen.
5. k_q zwischen ,775 und ,600 im theoretisch modellmäßig zulässigen Gebiet von heute (Ar-He z. T.; Ar- H_2 ; N_2O-H_2 z. T.; $C_2H_6-H_2$ zum kleinen Teil; SO_2-H_2 zum großen Teil).

Angeichts der Ungenauigkeit der q bleibt es offen, ob dies nur zufällige Fehler sind, die solche Schwankungen zur Folge haben, oder ob bereits hier — was kaum wahrscheinlich ist — eine experimentelle Abweichung von der Theorie merklich ist. Dies letztere ist deshalb besonders unwahrscheinlich, weil die k_{12} -Berechnung entsprechend dem kleinen Einfluß der k_{12} sehr ungenau arbeitet, sofern man sich auf Gl. (10b) und gemessene q stützen will.

Bemerkenswert ist es und paßt auch zur Theorie, daß k_q für $CO-O_2$, wo die s einander nahe gleich sind, fast mit dem theoretischen k -Wert herauskommt, daß aber bei $C_2H_6-H_2$, wo die s extrem verschieden sind, k viel größer, etwa 1,4.

3. Der Querschnittmittelfaktor f

Er rechnet das geometrische q -Mittel auf das des Unpaarstoßes q_{12} um und man darf wegen der geringen Verschiedenheit der Einzelwerte der q erwarten, daß die geometrische und arithmetische Mittelung wenig differieren, darf auch wegen der Härte der Molekeln, die überhaupt erst zum Querschnittsbegriff führte, eine so gute Addition der Durchmesser vermuten, daß f sehr nahe bei 1 liegen wird.

Die Enskog-Chapman-Theorie erlaubt den Zahlwert von f aus G , k , und den beiden Reingas- η und Reingas- M nach Gl. (19) durchweg mit dem Zahlwert 1 zu berechnen.

Ohne die Theorie ist auch f (wie q) aus Messungen nur sehr ungenau zugänglich. Die Werte liegen etwa im selben Bereich wie die $k_{\text{gem.}}$, also 0,1—2,2 und höher. Wo sie aber sauberer zugänglich sind, da liegen sie recht regelmäßig nahe bei 1, und danach könnten sie 1 sein.

Man hat aber ein anderes, wenn auch ebenfalls unsicheres Kriterium, und das liegt in der Berechnung von F mit und ohne die Annahme $f=1$. Man bekommt da ohne $f=1$ häufig doch etwa 10 v. H. höhere F , und es ist nicht wahr-

scheinlich, daß dies nur von der Richtung des Versuchsfehlerinflusses kommt. Vielmehr ist vermutlich wirklich f nicht genau gleich eins. Man bewegt sich hier aber an der Meßfehlergrenze, und deshalb behalten wir einstweilen die Berechnung der q und η_{12} ohne die Voraussetzung $f = 1$ als die einwandfreihere bei bis auf weiteres. Die Änderungen sind ganz unbedeutend und betreffen nur in der Hauptsache F ; allerdings ist die Zahlenrechnung außerordentlich viel schwerfälliger, und ihre Ungenauigkeit wiegt wohl den größten Teil ihrer größeren Einwandfreiheit auf.

Zahlenmäßig sieht man leicht ein, daß in Gl. (5) das meßbare η_m nur ganz erstaunlich wenig beeinflusst wird, wenn man f selbst verdoppelt oder halbiert; nur an bestimmten Stellen der Mischungsdiagramme wird der Betrag von f maßgebender, und hier wird künftig Sondermessung nötig sein, um über f experimentell sicheres zu erfahren.

4. Die Unpaarreibung η_{12}

a) Unmittelbar aus der Erfahrung mit Gl. (5) entnehmbar sind nur η_{12} selbst und sein bilogarithmischer T -Koeffizient m_{12} . Das η_{12} wird im schlimmsten Fall bei Ne—H₂ um etwa 20 und mehr v. H. unsicher; meist aber kommt seine Genauigkeit auf etwa 2—5 v. H.; am genauesten zugänglich sind die als Achsenmaxima unmittelbar meßbaren η_{12} . Deshalb sind letztere als solche tabelliert.

m_{12} hat die üblichen Zahlwerte, mit naturgemäß ebenfalls größerer Schwankung als bei Reingasen. Deshalb vermutet man mit Recht, daß auch der Grenzexponent $m_{\eta_{12}}$ existiert und mittelt ihn arithmetisch aus den Reingas- m_g -Werten.

Verbindet man ihn mit den (vgl. weiter unten) geometrisch gemittelten $T_{h,12}$, so kann man die gemessenen m_{12} mit berechneten m_{12} vergleichen, was folgende Beispiele zeigen mögen; sie sind recht verschieden gewählt, um so die gute Übereinstimmung erkennen zu lassen:

Ar-Ne			HCl-H ₂			C ₂ H ₆ -H ₂		
T	m ber.	gef.	T	m ber.	gef.	T	m ber.	gef.
293	,709	,732	294	,816	,508	300	,740	,694
373	,681	,677	327	,803	,990	400	,693	,819
473	,660	,609	372	,790	,889	500	,667	,722
523	,654		427	,778	,763	550	,657	
			473	,769	,962			
			523					

Bei der Kleinheit der T -Intervalle und der T -Koeffizienten selbst kann man besseres kaum erwarten.

Aus η_{12} erhält man durch Division mit $\sqrt{\eta_1 \eta_2}$ den Mittelfaktor F , der also nur einen anderen Ausdruck für die Unbekannte η_{12} darstellt. Da er keineswegs in allen Fällen, ohne $f = 1$ berechnet, vom früher, mit $f = 1$, berechneten F sich unterscheidet, so läßt sich für erste Näherung die damals gegebene Regel mit der $\sqrt[3]{}$ zur Vorausberechnung aus Atomzahl, Ordnungszahl und Molgewicht anwenden.

Abgesehen von den Sonderfällen Ar-Ne; Ne-H₂ und Ar-H₂ kann man F auch durch Potenzen von q darstellen, bei Ne-He; NH₃-H₂; HCl-H₂ mit $q^{1/2}$, bei Mischungen von H₂ mit CO, N₂, O₂, C₂H₄, CO₂, N₂O, SO₂ mit $q^{1/3}$ bis $q^{1/4}$, bei H₂-Mischung mit CH₄ kommt die 5., bei C₂H₆ die 12., bei C₃H₈ die 8. Wurzel aus p . Bei Mischungen von Kohlenwasserstoffen untereinander dominiert für die F -Berechnung der Stoff mit der höheren Wurzel, dem kleineren Exponenten.

Schon immer erwies sich F noch als eine schwache T -Funktion, fallend mit wachsendem T . Die T -Funktion des η_{12} wird daher nicht durch geometrische Mittelung der beiden Reingase gedeckt.

Wohl aber erhält man innerhalb der Fehler die η_{12} - T -Funktion dann, wenn man setzt:

$$(48a, b) \quad m_{g_{12}} = \frac{m_{g_{11}} + m_{g_2}}{2} \quad \text{und} \quad T_{k_{12}} = \sqrt{T_{k_1} T_{k_2}}.$$

Dabei nimmt man die m_g nötigenfalls aus den Regeln in Abb. XXII.

Jetzt ist man in der Lage aus Reingasgrößen allein, ganz ohne Mischgasmessungen das η_{12} , den T -Exponenten zu berechnen [Gl. (28). S. 208. 1931. XIX]. Das ist für alle Gaspaare und Meßtemperaturen geschehen, die wir benützt haben. Setzt man dann die $T^{n_{12}}$ in gemessene η_{12} ein, so gewinnt man die Konstante $1/a_{12} \cdot 10^3$, also $T_k/10^3 \eta_{k_{12}}$ und mithin auch das meist nicht gemessene $\eta_{k_{12}}$. Beide sind ebenfalls tabelliert.

Da wir jetzt die wahre T -Funktion (innerhalb der Fehler) von η_{12} kennen, so können wir jetzt die in F enthaltene noch bestimmen. Sie wird natürlich durch die Gleichung gegeben:

$$(49) \quad F_{12}' = F_{12} \cdot T^{\frac{n_1 + n_2}{2} - n_{12}} = \frac{\sqrt{1/a_1 \cdot 1/a_2}}{1/a_{12}}.$$

Die F' werden etwa um 10 v. H. von F verschieden und sind innerhalb der Fehler temperaturunabhängig, im Gegensatz zu den F . Jetzt gewinnen Regeln für die Vorausberechnung der

konstanten F' besondere Wichtigkeit. Bereits die vorliegenden etwa 30 Werte von F' erlauben für die meisten künftigen Fälle bereits recht gut vorausszusagen, welche F' zu erwarten sind.

Sieht man ab von NeH_2 , NeHe und ArHe , so erhält man alle übrigen F' mit einer Näherung auf wenige Prozent, also z. Zt. meist in den Fehlern mit der einfachen Regel:

$$(50) \quad F' = \frac{\sqrt{M_1} + \sqrt{M_2}}{2 \sqrt[4]{M_1 M_2}}.$$

Noch bessere Näherung erzielt man mit:

$$(51) \quad \log F' = \frac{(M_1 + M_2)^2}{4 M_1 M_2} - \frac{4 M_1 M_2}{(M_1 + M_2)^2} \cdot 9,224 \cdot Z.$$

Darin ist der Zähler, der auch in der Enskog-Chapman-Theorie für F vorkäme, ebenso wie der Zahlenfaktor im Nenner empirisch, desgl. die unstetige Funktion Z . Bringt man sie statt $\log F'$ nach links und trägt den Quotienten gegen $T_{k,1}$ auf, so ergibt sich eine Treppenkurve. In der Tat stellt sich innerhalb der Fehler das Z dar durch

$$(52) \quad Z = n - 1 - p.$$

Darin ist n die Summe der Hauptquantenzahlen der am Gemisch beteiligten Atome und p die Summe der Überschüsse der selbständigen Molekülkerne über 1. Letztere Summe ist z. B. bei H_2 gleich 0, bei O_2 , C_2H_4 (als O_2 -Analogon) gleich 1, bei C_2H_6 gleich 2 usw. Die Edelgasmachamer NH_3 , CH_4 , HCl werden als Ne bzw. Ar behandelt, was n angeht. Es genügt also, den Molekelbau nur in seinen Hauptzügen zu berücksichtigen. Die Gl. (51) und (52) werden dem ganzen heutigen Material gerecht und weisen sehr scharf durch Unstimmigkeit genau auf dieselben Stellen, wo unabhängig Unsicherheiten bereits festgestellt wurden:

Die rein aus dem 3 tg-Verfahren erhaltenen $1/a_{1,2}$ sind auffallend klein, die betr. F' also auffallend groß; daß dies aber nicht reell ist, sieht man an $\text{N}_2\text{--H}_2$ und CO--H_2 , die doch ganz sicher fast gleiche F' haben sollten, sowie an $\text{CO}_2\text{--H}_2$ und $\text{N}_2\text{O--H}_2$, wo gleiches gilt. Deshalb ist auch der Wert für $\text{O}_2\text{--NH}_3$ und $\text{N}_2\text{--NH}_3$, sowie $\text{O}_2\text{--H}_2$, alle aus dem 3 tg-Verfahren, bei F' sicher zu hoch. Ne--H_2 ist die letzte Stelle der Unstimmigkeit; hier sind die Messungen noch unbefriedigend, worauf bereits an anderer Stelle hingewiesen wurde (vgl. weiter unten S. 858); es hängt das mit dem hier vorliegenden Maximum des η -Unterschieds beider Gase zusammen.

Gaspaar	Z	F' gef.	F' ber.	Gaspaar	Z	F' gef.	F' ber.	Gaspaar	Z	F' gef.	F' ber.
He-H ₂	2	1,02 ₅	1,029	CO ₂ -H ₂	6	1,37?	1,275	C ₂ H ₆ -CH ₄	10	,99	1,006
Ne-He	2	1,20	1,170	C ₂ H ₆ -H ₂	9	1,08	1,119	O ₂ -NH ₃	4	1,13?	1,012
Ar-He	3	1,27	1,251	N ₂ O-H ₂	6	1,26	1,275	C ₂ H ₆ -CO ₂	—	1,00	1,039
Ne-H ₂	3	1,40?	1,253	HCl-H ₂	5	1,25	1,275	C ₂ H ₆ -CH ₄	13	1,02	,999
NO ₂ -H ₂	4	1,32?	1,265	C ₂ H ₆ -H ₂	14	1,11	1,110	C ₂ H ₆ -C ₂ H ₄	20	1,00	,993
CO-H ₂	4	1,21	1,265	NH ₃ -H ₂	4	1,12	1,153	C ₂ H ₆ -NH ₃	4	1,09	1,040
Ar-H ₂	5	1,33	1,304	O ₂ -H ₂	7	1,34	1,348	C ₂ H ₆ -N ₂ O	—	1,00	1,001
O ₂ -H ₂	4	1,35?	1,307	C ₂ H ₄ -N ₂	5	1,03	1,000	O ₂ -CO	5	1,00	,996
CH ₄ -H ₂	4	1,17	1,143	C ₂ H ₄ -CO	5	1,01	1,000	N ₂ -O ₂	5	1,00	,999
Ar-Ne	5	,96	1,011	C ₂ H ₄ -O ₂	5	1,03	1,000	N ₂ -CO	—	1,00	,999
C ₂ H ₄ -H ₂	4	1,27	1,265	NH ₃ -N ₂	4	1,06	1,007	CO ₂ -N ₂ O	—	1,00	,996

Besonders die Isoster-Isobaren zeigen, daß die Meßfehler an F' normal etwa 2—4 v. H. betragen.

Noch besser als Z arbeitet eine Funktion von C_v , die ausdrückt, wie leicht die Schwingungen anregbar sind; es ist von Interesse, daß dies doch schon bei η eine merkliche Rolle zu spielen scheint.

Eine Theorie, die den Temperaturkoeffizienten von η richtig wiedergibt, wird natürlich auch diese Erfahrungen an F' mit umfassen.

Man sieht, daß die Frage nach der Voraussagung der η_m idealer Gasmischungen praktisch jetzt in weitem Ausmaß beantwortet ist, wesentlich wohl dank den neueren Bemühungen auf diesem Gebiet; daß andererseits auch theoretisch ein recht hoher Stand der Kenntnis erreicht ist, verdankt man nächst Maxwell wesentlich den Herren Enskog und Chapman. Wenden wir uns noch einigen Größen zu, die sich an Hand ihrer Theorie aus unseren Kenngrößen berechnen.

b) *Kenngrößen der Enskog-Chapman-Theorie.* Der Abstoßsexponent s_{12} folgt aus dem n_{12} und liefert k_{12} . Damit gewinnt man einerseits g_{12} und die Diffusionskonstante D_{12} , welch letztere der Größenordnung nach richtig ausfällt und in einer Reihe von Fällen auch zu den Messungen stimmt. Sie entspricht, verglichen z. B. bei H₂-Mischungen mit anderem Gas vom Molgewicht m , nur selten und dann roh der Beziehung

$$D_{12} \cdot \sqrt{m} = \text{const.}$$

Andererseits werden die Durchmesser zugänglich. Die Maxwelldurchmesser nach [Gl. (17b) S. 207. 1932. XXI] für die $T_{k_{12}}$, wofür auch die Reingas- η , die $q_{k_{\text{krit.}}}$ und die $m_{g_{12}}$ tabelliert sind, endlich auch die Enskog-Chapman-Durchmesser für alle Temperaturen nach Gl. (3b) S. 870. XXIII. 1933, wobei

in die beiden als Molgewicht nach S. 823 vorige Mitteilung ein, fach das arithmetische Mittel eingeht. Die Tabellen zeigen, daß man damit Durchmesser erhält, die wirklich sich recht genau, oft in den Fehlern, arithmetisch mitteln aus denen der Reingase. Abweichungen treten aber doch merklich auf und sind von besonderem Interesse. Sie erscheinen bei Wechselwirkung vielatomiger Gase untereinander, mehr noch bei vielatomigen gegen wenigatomige; am größten sind sie, wenn auch noch der Massenunterschied groß ist. Und zwar liegen die gesicherten Abweichungen alle so, daß $\sigma_{12} > \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2}$ ist. Bei wenigatomigen Gasen (HCl z. B. oder SO_2) sind Abweichungen aber nicht sicher festzustellen. (Vgl. nachstehende Tabellen 4—6.)

V. Zusammenfassung

1. Das quadratische Mischungsgesetz der Gasreibung, der Form nach bei Maxwell, Enskog, Chapman und Trautz identisch, wird auf seine zweckmäßige Benützung, Bewährung und Deutungsverschiedenheiten untersucht, die dabei freibleibenden Möglichkeiten festgestellt, die Konstantenermittlung darin behandelt, Störungsmöglichkeiten für die Geltung besprochen.

2. Die Unpaargasreibung η_{12} wird in Parallele zu den Reingasreibungen η_{11} und η_{22} eingehend definiert und behandelt; ihre sichere Ermittlung, Deutung, Benützung zur Berechnung der schwerer zugänglichen Diffusionskonstanten D_{12} , ihre Beziehungen zu den Reingas- η und zu den η -Maxima, ihre T -Funktion werden besprochen. Es wird gezeigt, wie man durch arithmetische Mittelung der Reingas- m , und geometrische Mittelung der Reingas- T_k zu den entsprechenden Unpaargasgrößen η_{12} und $T_{k,12}$ kommt — daß es also eine kritische Temperatur auch für das Unpaargas gibt — und damit zum T -Exponenten η_{12} . Endlich wie dessen Differenz gegen das arithmetische Mittel der Reingas- η den T -Koeffizienten der Größe F liefert. Damit wird aus letzterer eine Konstante F' ausgeschieden, die von T nicht mehr abhängt und sich ähnlich wie F selbst aus Regeln voraussagen läßt. Damit ist die Ermittlung und auch Voraussagung der Unpaargasreibung in sehr befriedigendem Anschluß an die Erfahrung erstmals und allgemein sichergestellt.

3. Tabellen über alle von uns untersuchten Gaspaare enthalten die Werte von η_{\max} und x_{\max} (wo im Meßgebiet gelegen), die von q nach verschiedenen Verfahren, die von f und dem Chapmanschen k_{12} , die von η_{12} aus den Messungen sowie

Tabelle 4
Mischgas- und Unpaargaskonstante

Gaspaar	Kurve	T_{k11}	η_{1k}	η_{2k}	$q_{krit.}$	η_{k11}	$1/\alpha_{12} \cdot 10^3$	m_{g11}	$\sigma_{max.}$	F^v	φ_g
He: H ₂	- 3	13,1 ₈	222	55,3	667	125	1050	667	4,29 ₈	1,02 ₈	2,70 ₈
Ne: He	+ 10	15,2 ₄	206	250	2,27	314 m	485	688 ₈	3,97 ₈	1,20 ₈	1,91 ₈
Ar: He	Max	27,9 ₀	159	391	4,46	437 m	640	633 ₈	4,55 ₈	1,27 ₈	1,91 ₈
Ne: H ₂	+ 18	38,5 ₄	605	179 ₃	1,55	404	840	641 ₈	4,33 ₈	1,39 ₈	5,30 ₈
N ₂ : H ₂	+ 22	64,6 ₅	404	287	2,81	473 m	1367	620	4,91 ₈	1,32 ₈	4,04 ₈
CO: H ₂	+ 22	66,7 ₈	404	295	2,85	424 m	1573	619	5,22 ₈	1,20 ₈	4,03 ₈
Ar: H ₂	+ 30	70,7 ₈	516	305	3,05	566 m	1233	636	4,99 ₈	1,33 ₈	5,30 ₈
O ₂ : H ₂	+ ~25	71,5 ₆	488	312	2,85	567 m	1261	614	4,74 ₈	1,35 ₈	4,62 ₈
CH ₄ : H ₂	Max	79,4 ₆	271	340	2,86	390 m	2035	624	5,01 ₈	1,17 ₈	2,37 ₈
Ar: Ne	- 2,4	82,1	625	1229	1,89	875	938	607 ₈	4,56 ₈	94 ₈	1,964
C ₂ H ₂ : H ₂	Max	96,8	273	398	4,03	485 m	1995	596 ₈	5,36 ₈	1,26 ₈	2,97 ₈
CO ₂ : H ₂	Max	100,4	409	410	4,16	638 m	1526	597	5,17 ₈	1,37 ₈	4,37 ₈
C ₂ H ₆ : H ₂	Max	100,6	252	410	4,41	408	2466	594	6,06 ₈	1,08 ₈	2,93 ₈
N ₂ O: H ₂	Max	101,7	409	414	4,18	613 m	1660	597	5,38 ₈	1,26 ₈	4,47 ₈
HCl: H ₂	Max	103,8	457	421	3,64	613 m	1693	597	5,17 ₈	1,25 ₈	3,85 ₈
C ₃ H ₂ : H ₂	Max	109,9	—	439,8	—	—	—	—	—	—	—
C ₃ H ₄ : H ₂	Max	110,9	212	443	6,01	433	2562	589	6,54 ₈	1,11 ₈	3,48 ₈
NH ₃ : H ₂	Max	116,1	377	458	2,90	513 m	2264	590 ₈	4,87 ₈	1,11 ₈	2,13 ₈
SO ₂ : H ₂	Max	119,5	404	468	5,39	772 m	1548	595 ₈	5,46 ₈	1,33 ₈	5,11 ₈
C ₂ H ₄ : N ₂	- 3	188,7	624	1231	1,40	929	2031	546	5,34 ₈	1,03 ₈	7,21 ₈
C ₂ H ₄ : CO	- 3	194,9	647	1245	1,39	932	2090	540	5,38 ₈	1,01 ₈	7,23 ₈
C ₂ H ₄ : O ₂	- 4,5	208,8	689	1539	1,40	1106	1888	540	5,12 ₈	1,03 ₈	6,37 ₈
NH ₃ : N ₂	—	226,1	780	1436	1,71	1134	1994	741 ₈	4,47 ₈	1,05 ₈	8,76 ₈
C ₂ H ₄ : CH ₄	- 1	241,0	751	912	1,47	809	2977	548	5,80 ₈	99 ₈	1,180
O ₂ : NH ₃	—	250,3	1802	844	90	1421	1761	734	4,37 ₈	1,12 ₈	1,98 ₈
C ₂ H ₂ : CH ₄	- 2,5	265,5	633	996	1,89	917	2895	543	5,97 ₈	99 ₈	1,321
C ₂ H ₂ : CO	- 1,5	335,7	815	1664	1,43	1271	2641	516	5,92 ₈	1,03 ₈	7,68 ₈
C ₂ H ₂ : CH ₃	- 7	336,3	817	1028	1,33	913	3518	512 ₈	6,61 ₈	1,99 ₈	1,147
C ₂ H ₂ : NH ₃	Max	338,7	1146	1150	1,25	1198	2827	717	5,16 ₈	1,04 ₈	1,248
C ₂ H ₂ : N ₂ O	- 3,5	340,0	826	1672	1,42	1227	2772	516	6,04 ₈	1,00 ₈	7,68 ₈
O: CO	linear	144,0	1027	940	1,13	1003	1437	562	4,79	99	1,298

$C_2H_6 : CO_2$	-1,3	335,7	815	1664	1,43	1271	2641	516	5,92	1,03	,768
$C_2H_6 : C_2H_6$	-7	336,3	817	1028	1,33	913	3518	,512	,99	1,147	
$C_2H_6 : NH_3$	Max	338,7	1146	1150	1,25	1198	2827	,717	5,16	1,04	,748
$C_2H_6 : N_2O$	-3,5	340,0	826	1672	1,42	1227	2772	,516	6,04	1,00	,768

$O_2 : CO$	linear	144,0	1077	940	1,13	1002	1437	,562	4,70	,96	1,298
$N_2 : O_2$	"	139,4	932	1041	,833	980	1422	,564	4,70	,999	,739
$N_2 : NO$	"	150,7	1004	1005	1,03	1201 m	1255?	,562	4,40	1,195?	1,019
$N_2 : CO$	"	130,1	871	850	1,011	855	1521	,569	4,73	,999	1,026
$N_2O : CO_2$	Max	308,0	1517	1529	0,996	1517 m	2030	,524	5,11	,996	,987

Bemerkungen zu Tab. 4: T_{k_1} und m_{g_1} sind geometrisch bzw. arithmetisch aus den Reingasgrößen gemittelt. Damit ist n_1 in üblicher Weise berechnet, die gemessenen (vgl. Bemerkungen zu Tab. 6) η_1 beigezogen und damit $1/a_{13} \cdot 10^3$ berechnet in Tab. 4, und also auch η_{k_1} . Über die Reingas- n und a sind dann für T_{k_1} die η_1 und η_2 in Tab. 4 berechnet und daraus nach (10a) das η_{k_1} , d. h. q_2 für T_{k_1} . Aus η_{k_1} und T_{k_1} ergibt sich bei arithmetischer M -Mittelung das σ_{max} , aus $1/a_{13} \cdot 10^3$ und dem Reingas- $1/a \cdot 10^3$ das F' in Tab. 4, während q_2 aus η_{k_1} und dem Verhältnis der Reingas- $1/a \cdot 10^3$ erfließt. Index m in Spalte 5 bedeutet Max bei T_{k_1} .

Tabelle 5

Mittel- und Achsenmaxima.

Gaspaar	T_{axmax}	η_{ax}	η_2	$T_{1/2}$	η_2	η_1	η_2	$\eta_{\text{ber.}}$
Ar-He	~ 1500	7700	—	373	2750	2691	2281	2764
CH_4-H_2	530	1724	1347	230	924	873	755	901
$C_2H_6-H_2$	1165	2917	2227	478	1012	1550	1255	3067
CO_2-H_2	550	2560	1381	—	—	—	—	—
$C_2H_6-H_2$	~ 900	2980	—	—	—	—	—	—
N_2O-H_2	300?	1489	891	523	1586	1526	1296	1552
$HCl-H_2$	523	2530	1296	—	—	—	—	—
$C_2H_6-H_2$	~ 3000	6655	—	—	1192	—	—	—
NH_3-H_2	790	2725	1768	373	3285	1279	1030	1333
SO_2-H_2	1182	4318	2246	432,1	1350	1888	1139	1944
$C_2H_6-NH_3$	580	2018	1508	313	1100	1063	1061	1066
N_2O-CO_2	—	—	—	~ 473	1950	—	—	$\approx \%$

Achsenmaximum

Maximum bei $x = 1/3$

Bemerkungen zu Tab. 5: Wo die Zahlen ins Meßgebiet fallen oder dicht daran, sind sie graphisch gewonnen. Andernfalls die Maxima mit der geraden Linie extrapoliert, die η aus $a \cdot T^m$ berechnet, ausgenommen die $\eta_{\text{ber.}}$, die aus Gl. (35b) mit q_2 -Werten erhalten sind.

Ta-
Temperaturabhängige Kenn-

Gaspaar	T	q			η_{\max}	α_{\max}	$10^7 \cdot \eta_{12}$		m_{11}
		40rd	3 T _g	q _k			gem.	ber.	
1. He-H ₂	293	2,4	,98	,902	—	—	1339	1347	,669
	373	,5 ₆	,99	,900	—	—	1577	1584	,704
	473	1,1 ₇	,98	,900	—	—	1864	1858	,705
	523	—	,99	,904	—	—	2001	1989	
2. Ne-He	293	1,2	1,26	1,620	—	—	2878	2980	,665
	373	2,0	1,15	1,615	—	—	3380	3365	,635
	473	1,5	1,13	1,617	—	—	3930	3921	,621
	523	2,3	1,18	1,618	—	—	4183	4181	
3. Ar-He	293	2,37	2,58	2,637	2342	,480	2775	2676	,423
	373	2,6	2,65	2,590	3310	,574	3119	3131	,622
	473	3,2	2,67	2,562	—	—	3616	3650	,518
	523	—	2,73	2,552	—	—	3809	3893	
4. Ne-H ₂	293	1,43	1,81 ₉	1,503	mit x Gang in %	— 36	1889	2251	1,001
	373	1,09	2,00 ₄	1,504		— 28	2406	2742	,711
	473	3,3	2,06 ₇	1,509		— 27	2848	3217	,889
	523	1,82	2,12	1,511		— 19	3108	3368	
5. N ₂ -H ₂	195	—	1,72	2,439	—	—	1224	1186	,819
	235	—	1,61	2,386	—	—	1412	1382	,774
	292	—	1,91	2,355	—	—	1633	1635	,708
	373	—	3,84	2,332	—	—	1639	1942	,671
	473	—	(7,37)	2,323	—	—	(1510)	2278	,639
	523	—	5,37	2,326	—	—	(1782)	2429	
6. CO-H ₂	195	3,20	—	2,438	—	—	1341	1068	,477
	235	2,78	—	2,380	—	—	1353	1225	,134
	292	3,07	—	2,356	—	—	1393	1427	,428
	373	3,14	—	2,340	—	—	1547	1688	,113
	473	3,95	—	2,332	—	—	2022	1976	,113
	523	2,97	—	2,333	—	—	2316	2110	

1. Die N₂-H₂-Zahlen sind für $\eta_{12 \text{ ber.}}$ aus q_k und den gemessenen Δ nach Gl. (28) bestimmt. Diese $\eta_{12 \text{ ber.}}$ haben für N₂-H₂ im weiteren gedient, um den Fehlerbereich zu beleuchten. Denn die CO₂-H₂-Zahlen müßten voraussichtlich noch weit genauer mit N₂-H₂ zusammenfallen, wenn keine Fehler vorlägen. $\eta_{12 \text{ gem.}}$ ist bei O₂ aus q_k und Δ nach Gl. (28) entnommen, während $\eta_{12 \text{ ber.}}$ aus dem ausgeglichenen α_{12} und dem aus Reingasgrößen erhaltenen n_{12} gewonnen ist. Dies $\eta_{12 \text{ ber.}}$ diente bei O₂ auch zu G , D und σ . Ebenso ward verfahren bei CO₂-H₂; CH₄-H₂; NH₃-H₂; C₂H₄-NH₃; C₂H₄-CO. Die CO₂-H₂-Ergebnisse sind sicherer als die bei N₂O-H₂-Gemischen.

2. Die C₂H₄-H₂-Messungen, größtenteils aus früherer Zeit unserer Messungen, sind mit nicht ganz reinem H₂ angestellt, also korrigiert und etwas unsicherer.

3. Die Ne-H₂-Messungen enthielten wohl eine Störung. Denn sie allein gaben starken Gang der η_{12} und α .

Ta-
rige Kenn-belle 6
größen der Mischgasreibung

η_{12} ber.	m_{12}	F aus η_{12} gem.	n_{12}	$1/a_{12} \cdot 10^{-3}$	s_{12}	G_{12}	D_{12}	k_{12}	σ_{12}	$\sigma_{\text{ar. Mitt.}}$	η_{12} aus (30)
1347	,669	,97 ₄	,87167	1056	6,3811	492 ₃	1,62 ₅	,7501	2,86 ₇	2,88 ₄	—
1584	,704	,97 ₂	,86356	1055	6,5011	420 ₄	2,42 ₉	,7482	2,80 ₆	2,82 ₉	—
1858	,705	,96 ₅	,85615	1046	6,6156	358 ₇	3,59 ₉	,7467	2,74 ₃	2,76 ₃	—
1989		,96 ₁	,85332	1044	6,6606	335 ₀	4,25 ₉	,7461	2,72 ₃	2,73 ₉	—
2980	,663	1,17 ₂	,86966	486	6,4104	161 ₃	1,23 ₀	,7496	2,77 ₅	2,80 ₅	—
3365	,635	1,17 ₃	,86054	483	6,5473	144 ₄	1,75 ₆	,7476	2,72 ₅	2,74 ₆	—
3921	,621	1,16 ₃	,85218	484	6,6790	123 ₃	2,60 ₀	,7458	2,68 ₃	2,68 ₉	—
4181		1,16 ₅	,84879	485	6,7342	116 ₆	3,04 ₃	,7449	2,65 ₀	2,66 ₅	—
2676	,423	1,33 ₃	,90540	617	5,9334	129 ₀	,84 ₉	,7567	3,34 ₃	3,40 ₁	—
3131	,622	1,25 ₃	,86501	642	6,0631	111 ₃	1,25 ₄	,7547	3,28 ₃	3,30 ₁	—
3650	,518	1,23 ₃	,88540	646	6,1894	96 ₃	1,83 ₅	,7526	3,22 ₃	3,20 ₃	—
3893		1,21 ₁	,88151	654	6,2423	90 ₄	2,16 ₃	,7522	3,20 ₅	3,16 ₄	—
2251	1,001	1,31 ₃	,92636	857	5,6908	180 ₀	1,20 ₅	,7617	3,04 ₃	3,12 ₅	—
2742	,711	1,25 ₃	,91806	838	5,7840	152 ₃	1,81 ₀	,7599	2,96 ₃	3,06 ₇	—
3217	,869	1,58 ₁	,90605	825	5,9255	129 ₇	2,70 ₀	,7568	2,92 ₅	3,00 ₃	—
3368		1,64 ₇	,90197	841	5,9755	124 ₃	3,11 ₀	,7560	2,90 ₅	2,98 ₅	—
186	,819	1,28 ₃	,97026	1406	5,2529	262 ₂	,406 ₁	,7698	4,06 ₀	3,99 ₄	—
382	,774	1,31 ₃	,96210	1383	5,3280	225 ₄	,569 ₃	,7682	3,97 ₀	3,90 ₀	—
635	,703	1,32 ₀	,95209	1360	5,4239	191 ₃	,834 ₂	,7668	3,88 ₀	3,80 ₁	—
942	,671	1,32 ₅	,94089	1354	5,5363	161 ₃	1,25 ₉	,7647	3,80 ₅	3,70 ₅	—
2278	,639	1,31 ₃	,93021	1351	5,6489	138 ₇	1,86 ₂	,7615	3,73 ₅	3,62 ₃	—
2429		1,31 ₅	,92576	1353	5,6975	130 ₃	2,19 ₂	,7605	3,70 ₅	3,59 ₁	—
068	,477	1,45 ₀	,98755	1253	5,1021	296 ₀	,360 ₃	,7728	4,03 ₃	3,94 ₇	—
225	,134	1,28 ₃	,98392	1424	5,1329	259 ₀	,494 ₅	,7721	3,90 ₀	3,87 ₅	—
427	,428	1,12 ₇	,97942	1612	5,1717	224 ₄	,711 ₃	,7714	3,75 ₅	3,79 ₅	—
688	1,13	1,05 ₃	,97429	1712	5,2169	190 ₂	1,07 ₁	,7706	3,59 ₄	3,70 ₄	—
976	1,13	1,16 ₀	,96933	1537	5,2614	162 ₃	1,58 ₉	,7696	3,45 ₅	3,62 ₃	—
110		1,25 ₂	,96675	1433	5,2850	152 ₅	1,87 ₅	,7691	3,40 ₁	3,59 ₀	—

den Δ nach
nt, um den
aussichtlich
vorläge.
 η_{12} ber. aus
wonnen ist.
fahren bei
onisse sind

Messungen,
unsichere.
sie allein

4. Die η_{12} gemessen stammen wesentlich aus Gl. (30), während η_{12} ber. mit dem Mittel der aus diesen η_{12} folgenden a_{12} und dem aus den Reingasgrößen erhaltenen n_{12} gewonnen ist, wo die Kurven noch hinreichend gekrümmt waren. Bei gestreckten Kurven aber stammt η_{12} aus q_k und Δ mit (28) bei Annahme von $f=1$. Entsprechendes gilt natürlich für F . Das m_{12} ist bei den stark gekrümmten Kurven aus η_{12} gem., bei den gestreckten aus η_{12} ber. abgeleitet.

5. n_{12} , s_{12} und k_{12} sind Funktionen der Reingas- T_k und Reingas- m_2 allein; a_{12} , G_{12} , D_{12} , $\sigma_{12 \text{ ec}}$ und $\sigma_{12 \text{ maxw.}}$ enthalten außerdem noch die nötigen direkten Meßwerte von η_1 und η_2 bez. auch η_{12} .

6. Die $\sigma_{\text{arithm. Mittel}}$ sind aus unseren eigenen σ_{ec} (Abhandl. XXIII) entnommen.

T _a .										
	Gaspaar	T	q			η_{\max}	x_{\max}	$10^7 \cdot \eta_{12}$		m_{12}
			40rd	3 T _g	q _k			gem.	ber.	
7.	Ar-H ₂	293 373 473 523	3,0 2,8 2,95 1,07	2,38 2,43 2,43 2,28	2,520 2,442 2,421 2,423	— — — —	— — — —	2030 2382 2795 3038	2067 2415 2828 3072	,661 ,683 ,830
8.	O ₂ -H ₂	300 400 500	2,08 3,00 —	— — —	2,331 2,302 2,282	— — —	— — —	1861 2167 2680	1847 2245 2602	,529 ,952
9.	CH ₄ -H ₂	293 373 473 523	— — — —	— — — —	2,285 2,240 2,209 2,202	1102 1338 1606 1724	,587 ,640 ,845 1,00	1165 1408 1627 1724	1168 1384 1631 1740	,659 ,648 ,608
10.	Ar-Ne	293 373 473 523	2,30 1,28 1,30 1,92	2,41 2,43 2,58 2,87	1,592 1,562 1,541 1,534	— — — —	— — — —	2520 3008 3533 3756	2535 2998 3515 3758	,732 ,677 ,609
11.	C ₂ H ₄ -H ₂	195 233 272 293 328 373 423 473 523 1165	1,77 2,57 2,00 2,52 1,99 2,72 2,75 2,94 2,66 —	2,38 2,39 1,98 2,14 2,55 2,66 2,62 4,19 6,59 —	3,220 3,170 3,125 3,093 3,055 3,003 2,975 2,936 2,911 2,888	771 871 1005 1078 1185 1323 1474 1602 1725 —	,29 ,32 ,34 ,35 ,40 ,42 ,45 ,49 ,557 —	914 (1000) 1150 (1250) (1444) 1470 1650 1725 (1800) —	910 1047 1176 1243 1347 1474 1606 1731 1849 3067	,505 ,903 1,114 1,281 1,138 ,921 ,397 ,423
12.	CO ₂ -H ₂	300 400 500 550	3,15 3,70 3,42 1,95	— — — —	3,207 3,088 3,021 2,993	1510 1952 2360 2560	,72 ,82 ,97 1,00?	1668 2048 2444 2556	1722 2111 2454 2613	,714 ,792 (,470)
13.	C ₂ H ₆ -H ₂	293 373 473 523	— — — —	3,10 1,92 1,54 1,74	3,377 3,266 3,183 3,160	1017 1229 1470 1585	,250 ,332 ,448 ,467	1960 1198 1415 1534	991 1205 1415 1513	,911 ,701 ,803
14.	N ₂ O-H ₂	300 400 500 550	— — — —	3,12 2,49 2,59 2,30	3,210 3,090 3,025 2,998	1489 — — —	1,00 — — —	1471 1908 2265 2464	1540 1888 2298 2338	,830 ,875 ,910

7. Bei den 4 stellig gegebenen Zahlen wie bei den 5 stellig gegebenen ist je die letzte Stelle schon rechnerisch nicht mehr sicher. Die physikalische Unsicherheit ist natürlich oft noch wesentlich größer.

8. Die η_{12} für CO₂-H₂ sollen zeigen, daß man mit Gl. (28b) leicht ungenaue Werte erhält, wenn der eine Kurvenast wie hier steil abfällt. Mit 28,6 und $f=1$

Ta-

belle 6 (Fortsetzung)

er.	m_{12}	F aus η_{12} gem.	n_{12}	$1/a_{12} \cdot 10^{-3}$	s_{12}	G_{12}	D_{12}	k_{12}	σ_{12}	σ ar. Mitt.	η_{12} aus (30)
67	,661	1,45 ₃	,97387	1222	5,2206	132 ₀	,88 ₃	,7704	3,76 ₃	3,72 ₂	—
15	,683	1,43 ₁	,96276	1239	5,3219	116 ₁	1,28 ₃	,7684	3,67 ₃	3,62 ₂	—
28	,830	1,41 ₅	,95198	1245	5,4250	101 ₄	1,86 ₇	,7668	3,60 ₃	3,52 ₂	—
72		1,43 ₃	,94752	1226	5,4691	97 ₃	2,15 ₃	,7659	3,57 ₁	3,48 ₅	—
47	,529	1,37 ₅	,95556	1251	5,3902	163 ₁	,88 ₇	,7667	3,79 ₅	3,68 ₁	—
45	,952	1,29 ₃	,94232	1307	5,5216	135 ₀	1,42 ₃	,7640	3,69 ₇	3,55 ₁	—
02		1,37 ₃	,93220	1224	5,6275	118 ₃	2,04 ₁	,7619	3,63 ₄	3,50 ₇	—
68	,659	1,19 ₁	,96314	2045	5,3184	346 ₀	,77 ₃	,7684	4,04 ₁	4,01 ₃	3f 1093
34	,648	1,20 ₁	,95255	2001	5,4194	280 ₇	1,20 ₃	,7669	3,94 ₇	3,88 ₀	1338
31	,608	1,16 ₁	,94243	2040	5,5205	240 ₀	1,79 ₃	,7640	3,86 ₁	3,78 ₃	—
40		1,15 ₃	,93769	2054	5,5694	225 ₃	2,11 ₃	,7630	3,83 ₁	3,74 ₁	—
35	,732	,963 ₃	,96319	944	5,3179	243 ₄	,328 ₀	,7684	3,75 ₃	3,62 ₃	—
98	,677	,96 ₃	,95224	935	5,4224	205 ₅	,504 ₃	,7669	3,62 ₃	3,53 ₀	—
5	,609	,95 ₃	,94135	933	5,5316	175 ₀	,735 ₅	,7648	3,54 ₃	3,44 ₃	—
8		,95 ₁	,93696	939	5,5771	164 ₅	,868 ₃	,7638	3,52 ₁	3,41 ₃	—
0	,505	1,31 ₇	,98653	1987	5,1107	450 ₃	,236 ₃	,7726	4,67 ₃	4,86 ₃	—
7	,903	1,28 ₄	,97996	2094	5,1670	403 ₃	,315 ₃	,7715	4,57 ₁	4,72 ₃	—
6	,114	1,30 ₃	,97369	2041	5,2222	354 ₃	,418 ₃	,7704	4,48 ₁	4,55 ₃	—
3	,1281	1,35 ₃	,97049	1983	5,2509	334 ₃	,478 ₃	,7698	4,44 ₃	4,50 ₃	—
7	,138	1,40 ₃	,96558	1861	5,2958	304 ₃	,589 ₃	,7689	4,38 ₁	4,41 ₃	—
4	,921	1,30 ₃	,95980	2000	5,3497	274 ₁	,741 ₃	,7677	4,34 ₁	4,31 ₁	—
6	,397	1,00 ₃	,95403	1941	5,4050	250 ₃	,924 ₃	,7662	4,29 ₇	4,23 ₁	—
1	,423	1,25 ₃	,94890	2002	5,4553	228 ₃	1,13 ₃	,7652	4,25 ₃	4,17 ₃	—
9		1,22 ₃	,94423	2050	5,5022	211 ₃	1,34 ₃	,7643	4,22 ₁	4,11 ₃	—
7		—	,90880	—	5,8924	122 ₇	5,19 ₃	,7572	4,01 ₄	3,82 ₃	—
2	,714	1,44 ₃	,97131	1527	5,2435	132 ₇	0,80 ₃	,7709	4,22 ₇	4,26 ₃	—
1	,792	1,41 ₃	,95861	1524	5,3610	112 ₁	1,27 ₃	,7675	4,10 ₇	4,06 ₃	—
4	(,470)	1,42 ₃	,94842	1485	5,4602	98 ₃	1,80 ₃	,7651	4,03 ₃	3,93 ₃	—
3		1,38 ₃	,94404	1379	5,5041	93 ₃	2,09 ₃	,7643	4,00 ₃	3,88 ₁	—
1	,911	1,08 ₃	,97212	(2603)	5,2362	296 ₃	,506 ₇	,7701	5,00 ₃	4,70 ₃	1366 8
5	,701	1,10 ₃	,96150	2479	5,3319	244 ₁	,782 ₃	,7682	4,88 ₃	4,49 ₃	1180 8
3	,803	1,08 ₃	,95063	2467	5,4382	209 ₃	1,15 ₃	,7665	4,78 ₃	4,33 ₃	1415 8
0		1,09 ₄	,94598	2432	5,4845	195 ₇	1,36 ₇	,7656	4,74 ₃	4,27 ₃	1538 8
0	,830	1,27 ₇	,97192	1738	5,2380	157 ₃	,678 ₃	,7700	4,47 ₃	4,27 ₄	—
8	,875	1,31 ₃	,95927	1643	5,3547	131 ₃	1,08 ₁	,7676	4,34 ₃	4,06 ₃	—
8	,910	1,31 ₇	,95649	1685	5,3813	108 ₄	1,64 ₃	,7670	4,16 ₃	3,93 ₃	—
		1,33 ₁	,94474	1575	5,4970	108 ₃	1,80 ₁	,7654	4,23 ₃	3,87 ₃	—

kommt man auf etwas tiefere Zahlen, so daß das $1/a_2 \cdot 10^3$ Mittel gleich 1526 statt 1479 wird.

9. Wo bei fehlendem η_{\max} eine Zahlenreihe (mit Index 3f) unter η_{12} aus (30) steht, bedeutet sie nach dem 3fg-Verfahren berechnete η_{12} ; das beleuchtet dann die Leistungsfähigkeit dieses Verfahrens in jenen Fällen verglichen mit der Benutzung von g_k und Gl. (28).

en ist je
nsicher-

ngenae
nd f=1

	Gaspaar	T	q			η_{\max}	x_{\max}	$10^7 \cdot \eta_{11}$		m_{11}	F at η_{11} gem
			40rd	3 T _r	q _k			gem.	ber.		
15.	HCl-H ₂	294	2,85	1,82	2,984	1476	,58	1567	1609	,507	1,40
		327	1,42	1,42	2,936	1638	,62	1654	1754	,990	1,35
		372	1,74	1,44	2,857	1855	,70 ₁	1879	1946	,889	1,37
		427	3	1,50	2,817	2104	,75 ₁	2124	2165	,763	1,38
		473	1,4	i	2,763	2311	,81 ₁	2297	2356	,962	1,38
		523	1,3	1,80	2,706	2531	,87 ₇	2530	2531		1,39
16.	C ₃ H ₈ -H ₂	300	5,2	7,06	4,335	991	,16 ₃	1005	1017	,694	1,1 ₈
		400	7,9	6,04	4,172	1234	,19 ₁	1227	1250	,819	1,1 ₄
		500	5,6	6,03	4,058	1469	,23 ₁	1473	1455	,722	1,2 ₁
		550	6,3	5,13	4,027	1565	,24 ₇	1578	1549		1,2 ₁
17.	NH ₃ -H ₂	293	2,22	1,61	2,482	1090	,40 ₅	1154	1216	1,016	1,24
		373	2,23	2,08	2,356	1350	,50 ₁	1546	1498	,872	1,34
		473	1,86	2,67	2,250	1584	,58 ₀	1878	1830	,581	1,33
		523	2,28	3,04	2,218	1684	,62 ₁	1985	1990		1,29
		778	—	—	—	—	—	—	2756	—	—
18.	SO ₂ -H ₂	287,1	3,49	—	4,227	—	—	—	1664	—	—
		290,8	3,14	3,77	4,215	1372	,33	1700	1680	,216	1,65
		319,6	3,35	3,79	4,133	1486	,35 ₇	1735	1804	,209	1,54 ₁
		353,5	3,70	3,42	4,045	1589	,38 ₅	1772	1943	,463	1,44 ₁
		370,1	3,00	3,66	4,010	1683	,41 ₀	1810	2009	,1,035	1,41 ₁
		396,9	3,68	3,62	3,950	1814	,45 ₁	1946	2112	,653	1,52 ₁
		432,1	3,11	3,50	3,815	1961	,49 ₁	2057	2242	,886	1,41 ₁
		472,1	2,94	5,92	3,830	2124	,54 ₇	2225	2384		1,41 ₁
		1182	—	—	3,558	—	—	—	4318	—	—
19.	C ₂ H ₄ -N ₂	300	—	1,433	1,313	—	—	1451	1424	,763	1,06 ₁
		400	—	1,612	1,275	—	—	1807	1820	,689	1,05 ₁
		500	—	1,211	1,256	—	—	2107	2121	,763	1,03 ₁
		550	—	1,352	1,247	—	—	2266	2268		1,03 ₁
20.	C ₂ H ₄ -CO	300	—	1,306	1,311	—	—	1388	1391	,826	1,02 ₇
		400	—	1,600	1,276	—	—	1760	1759	,753	1,027
		500	—	1,575	1,254	—	—	2082	2079	(,338)	1,022
		550	—	1,601	1,245	—	—	2150	2225		1,019
21.	C ₂ H ₄ -O ₂	293	—	—	1,334	—	—	1535	1522	,772	1,058
		323	—	—	1,325	—	—	1655	1657	,793	1,048
		373	—	—	1,310	—	—	1855	1867		1,04 ₂
22.	NH ₃ -N ₂	293	—	—	1,072	—	—	1526	1457	,822	1,16 ₁
		373	—	—	1,027	—	—	1861	1822	,759	1,14 ₀
		473	—	—	,984	—	—	2228	2251	,644	1,10 ₀
		523	—	—	,968	—	—	2377	2454		1,08 ₁
23.	C ₂ H ₆ -CH ₄	293	2,5	i	1,435	—	—	961	960	,997	,96 ₁
		373	3,5	1,3—1,6	1,422	—	—	1223	1190	,700	,99 ₁
		473	,42	2	1,407	—	—	1444	1445	,845	,96 ₁
		523	,52	1,8	1,399	—	—	1572	1562		,96 ₁

Tabelle 6 (Fortsetzung)

r.	m_{12}	F_{12} aus gem.	n_{12}	$1/a_{12} \cdot 10^{-3}$	ϵ_{12}	G_{12}	D_{12}	k_{12}	σ_{12}	$\sigma_{\text{ar. Mith.}}$	η_{12} aus (30)
09	,507	1,40 ₇	,98161	1690	5,1527	157 ₇	,79 ₅	,7717	4,15 ₄	4,18 ₅	—
54	,990	1,35 ₂	,97848	1745	5,1799	146 ₃	,95 ₄	,7712	4,08 ₀	4,09 ₅	—
46	,889	1,37 ₅	,97465	1709	5,2137	133 ₅	1,18 ₇	,7705	4,01 ₃	4,00 ₅	—
55	,763	1,38 ₅	,97013	1678	5,2541	121 ₅	1,49 ₇	,7697	3,94 ₀	3,90 ₅	—
56	,962	1,38 ₅	,96770	1688	5,2762	112 ₄	1,79 ₅	,7693	3,87 ₆	3,83 ₅	—
31	—	1,39 ₅	,96367	1647	5,3134	106 ₅	2,10 ₅	,7685	3,83 ₀	3,77 ₅	—
17	,694	1,1 ₅	,97535	2594	5,1978	237 ₅	,45 ₀	,7708	5,48 ₃	4,50 ₁	1005
50	,819	1,1 ₄	,96285	2610	5,3211	194 ₅	,73 ₅	,7684	5,33 ₅	4,25 ₃	1229
55	,722	1,2 ₅	,95269	2530	5,4180	168 ₁	1,05 ₀	,7669	5,23 ₁	4,08 ₅	(1640)
49	—	1,2 ₁	,94831	2515	5,4612	158 ₅	1,23 ₅	,7651	5,19 ₀	4,03 ₅	(1670)
16	1,016	1,24 ₅	,98899	2386	5,0901	297 ₅	,84 ₀	,7730	3,99 ₀	4,18 ₁	—
08	,872	1,34 ₇	,98385	2193	5,1335	244 ₅	1,31 ₅	,7721	3,83 ₁	3,97 ₅	—
30	,581	1,33 ₀	,97845	2206	5,1801	201 ₅	2,01 ₅	,7712	3,68 ₅	3,90 ₅	—
00	—	1,29 ₅	,97611	2269	5,2007	184 ₅	2,43 ₇	,7708	3,62 ₁	3,74 ₅	—
56	—	—	,96687	—	5,2838	137 ₁	4,8 ₅	,7691	3,40 ₁	3,49 ₁	—
34	—	—	,98075	—	5,1602	99 ₅	,71 ₄	,7716	4,76 ₅	4,80 ₅	—
04	,216	1,65 ₅	,98026	1529	5,1644	99 ₅	,72 ₇	,7715	4,75 ₄	4,79 ₅	—
43	,209	1,54 ₅	,97656	1609	5,1967	95 ₁	,83 ₅	,7709	4,69 ₅	4,68 ₅	—
09	,463	1,44 ₅	,97246	1697	5,2332	90 ₅	,96 ₅	,7701	4,64 ₇	4,58 ₅	—
12	1,035	1,41 ₅	,97051	1718	5,2507	88 ₅	1,03 ₅	,7698	4,62 ₅	4,53 ₅	—
12	,653	1,52 ₅	,96754	1680	5,2777	86 ₅	1,14 ₅	,7692	4,59 ₅	4,46 ₅	—
34	,886	1,41 ₁	,96385	1687	5,3117	82 ₅	1,30 ₁	,7686	4,55 ₅	4,39 ₅	—
8	—	1,41 ₅	,95995	1658	5,3483	79 ₁	1,48 ₅	,7677	4,51 ₄	4,32 ₅	—
—	—	—	,91935	—	5,7692	48 ₁	6,10 ₅	,7592	4,23 ₅	3,84 ₁	—
44	,763	1,06 ₅	,99371	2000	5,0510	468 ₅	,187 ₅	,7738	4,86 ₅	5,05 ₁	3t (1065)
01	,689	1,05 ₅	,98689	2047	5,1077	376 ₅	,311 ₅	,7728	4,62 ₇	4,82 ₁	(719)
38	,763	1,03 ₄	,97602	2045	5,2015	317 ₄	,461 ₁	,7708	4,54 ₁	4,68 ₁	2378
—	—	1,03 ₅	,97219	2034	5,2356	294 ₄	,546 ₇	,7701	4,50 ₀	4,63 ₅	(1874)
11	,826	1,02 ₇	,99453	2095	5,0443	479 ₅	,183 ₅	,7749	4,92 ₅	5,04 ₅	—
09	,753	1,027 ₅	,98594	2089	5,1158	376 ₅	,311 ₅	,7725	4,70 ₇	4,81 ₅	—
25	(,338)	1,022 ₅	,97742	2087	5,1892	318 ₅	,459 ₀	,7710	4,58 ₇	4,68 ₁	—
—	—	1,019 ₅	,97342	(2163)	5,2245	297 ₅	,541 ₀	,7703	4,54 ₅	4,62 ₅	—
12	,772	1,058 ₅	,99650	1872	5,0282	445 ₅	,182 ₅	,7742	4,75 ₅	4,96 ₅	3t (2169)
07	,793	1,048 ₅	,99437	1890	5,0456	421 ₅	,212 ₅	,7739	4,67 ₅	4,90 ₅	(2170)
—	—	1,04 ₂	,99044	1901	5,0779	361 ₇	,285 ₇	,7732	4,56 ₅	4,76 ₇	(4216)
7	,822	1,16 ₅	,99841	1903	5,0127	442 ₅	,241 ₄	,7745	4,52 ₅	4,75 ₅	—
1	,759	1,14 ₅	,99554	1953	5,0360	333 ₅	,407 ₅	,7741	4,29 ₅	4,53 ₅	—
14	,644	1,10 ₅	,99143	2061	5,0698	281 ₅	,612 ₅	,7734	4,10 ₅	4,34 ₇	—
—	—	1,08 ₅	,98935	2058	5,0871	257 ₅	,740 ₇	,7731	4,03 ₄	4,28 ₅	—
0	,997	,96 ₅	,99552	2973	5,0362	638 ₅	,163 ₄	,7741	5,60 ₅	5,50 ₅	—
0	,700	,92 ₅	,99127	2897	5,0711	515 ₅	,258 ₅	,7734	5,35 ₅	5,23 ₅	—
5	,845	,96 ₁	,98465	2981	5,1267	424 ₅	,342 ₅	,7723	5,16 ₅	5,03 ₅	—
2	—	,96 ₀	,98116	2958	5,1566	393 ₀	,351 ₀	,7713	5,10 ₅	4,96 ₅	—

T _a										
	Gaspaar	T	q			η_{\max}	α_{\max}	$10^7 \cdot \eta_{11}$		m_{11}
			40rd	3 T _g	q _k			gem.	ber.	
24.	O ₂ -NH ₃	293	—	—	,919	—	—	1702	1661	0,764 0,956
		373	—	—	,955	—	—	2047	2087	
		473	—	—	,993	—	—	2569	2586	
25.	C ₃ H ₈ -CO ₂	300	—	1,28	1,351	—	—	1207	1133	,929 ,878 ,870
		400	—	3,90	1,348	—	—	1489	1506	
		500	—	i	1,341	—	—	1900	1840	
		550	—	1,87	1,341	—	—	2044	1994	
26.	C ₂ H ₆ -CH ₄	293	i	i	1,819	—	—	987	1011	1,030 ,832 ,767
		373	1,33	i	1,794	—	—	1269	1264	
		473	i	i	1,766	—	—	1546	1546	
		523	1,52	~1,45	1,757	—	—	1670	1675	
27.	C ₂ H ₆ -C ₂ H ₆	293	1,3	i	1,259	—	—	860	830	1,005 ,813 ,817
		373	i	0,6	1,258	—	—	1084	1059	
		473	i	1,33	1,253	—	—	1336	1317	
		523	i	1,61	1,251	—	—	1449	1436	
28.	C ₂ H ₄ -NH ₃	293	,78	1,12	1,228	1031	,45	1049	1034	,890 ,891 ,987
		373	,93	1,46	1,255	1305	,65	1355	1319	
		473	,78	i	1,286	1649	,90	1653	1654	
		523	1,54	1,15	1,297	1814	1,00	1816	1814	
		580	—	—	1,314	—	—	—	1991	
29.	C ₃ H ₈ -N ₂ O	300	—	—	1,349	—	—	>1104	1079	,536 1,4 ,878
		400	,88	—	1,348	—	—	>1285	1436	
		500	,71	,48	1,342	—	—	1821	1756	
		550	1,55	3,0	1,341	—	—	2016	1904	
30.	O ₂ -CO	300	,62	1,15	,985	—	—	1934	1929	,723 ,697
		400	,98	1,09	,977	—	—	2379	2375	
		500	,25	1,01	,974	—	—	2772	2775	
31.	N ₂ -O ₂	300	—	—	1,014	—	—	1919	—	,747 ,711 ,674
		400	—	,98 ₁	1,022	—	—	2379	—	
		500	—	—	1,025	—	—	2788	—	
		550	—	1,00 ₁	1,026	—	—	2973	—	
32.	N ₂ -NO	293	—	—	1,007	—	—	1814	—	,758
		373	—	—	1,013	—	—	2178	—	
33.	N ₂ -CO	300	—	—	,999	—	—	1778	—	,719 ,697 ,661
		400	—	—	,999	—	—	2186	—	
		500	—	—	,998	—	—	2554	—	
		550	—	—	,998	—	—	2720	—	
34.	CO ₂ -N ₂ O	300	—	—	,998	1495	,57 ₅	1490	—	,923 ,860 ,850
		400	—	—	,999	1950	,52 ₅	1943	—	
		500	—	—	1,000	2365	,52 ₅	2354	—	
		550	—	—	1,000	2564	,57 ₅	2555	—	
		1060	—	—	,992	—	—	—	—	

aus der angegebenen Mittlungsweise; die aus ersteren folgenden m_{12} und F_{12} ; die aus letzteren folgenden n_{12} , $m_{g_{12}}$, $T_{k_{12}}$; die aus beiden erschlossenen a_{12} und F'_{12} ; alles gegen die Temperatur T der Messungen. Hinzukommt eine Schar von Gasdreiecken zur Belegung der q -Werte. Dazu die G und die Diffusionskonstanten D_{12} , die Maxwell- und Enskog-Chapman-Durchmesser für Unpaargase, die beinahe dem arithmetischen Mittel der entsprechenden Reingas- σ gleich sind, außer bei großen Massen- und Bauunterschieden.

4. Damit ist die Ermittlung und Untersuchung der Mischgasreibung und der Eigenschaften der Unpaargasreibung η_{12} vollzogen und zu einem gewissen Abschluß gebracht.

Es ist mir eine angenehme Pflicht, meinen unermüdlichen Mitarbeitern bei diesem Anlaß für ihre tatkräftige Hilfe bei den langen Zahlenrechnungen wie für ihre grundlegende Mitwirkung in der Beschaffung der Messungen selbst zu danken. Weiter der Notgemeinschaft der deutschen Wissenschaft, der Heidelberger Akademie der Wissenschaften und der Gesellschaft der Freunde der Universität daselbst, endlich der Gesellschaft für Lindes Eismaschinen und der I. G. Farbenindustrie A.-G. Ohne all diese freundliche und großzügige Unterstützung wären die Arbeiten unmöglich gewesen.

Heidelberg, Physikalisch-Chemisches Institut der Universität, August 1933.

(Eingegangen 12. September 1933)

Infrarote Gitterspektren und Spektralgesetze

(Al II, Al I, He I und II, Zn II, Zn I)

Von F. Paschen und R. Ritschl

(Mit 1 Figur)

Inhaltsangabe: Die Vorzüge des Beugungsgitters im infraroten Spektralgebiete zum Studium der Spektralgesetze werden dargelegt und zur Analyse der Termgesetze und der Feinstrukturen des Spektrum Al II angewandt. Die Feinstrukturen entsprechen weitgehend der Theorie von S. Goudsmit und R. F. Bacher, besonders für die partiell oder total degenerierten Tripletterme, welche in diesem Spektrum wegen Überwiegens der Kernmomentfeinstruktur über die Grobstruktur auftreten.

Das mit einer besonders lichtstarken „Hohlkathoden“-Anordnung erzeugte Spektrum enthält neue infrarote Linien von Al I, He I und II, Zn I und II, deren genaue Messung mit einem großen Konkavgitter zur Erweiterung und Verbesserung der betreffenden Termsysteme und zur Korrektur kürzerer Wellenlängen führt.

Nachdem von der Kodak-Comp. und der Agfa-Ges. photographische Platten in den Handel gebracht sind, welche für das infrarote Spektralgebiet bis weit über 10000 ÅE hinaus zu erheblicher Empfindlichkeit sensibilisiert sind, kann dieses Spektralgebiet mit ähnlicher Vollständigkeit erschlossen werden wie dasjenige kürzerer Wellenlängen. Eine solche Vervollständigung der gewöhnlichen Bogenspektren hat z. B. W. F. Meggers mit verschiedenen Mitarbeitern begonnen.

Wenn man mit Beugungsgittern arbeitet, kommt dem Gebiete der längeren Wellenlängen noch eine besondere Bedeutung zu wegen der Eigenschaften des Gitters. Wie das Prisma für kurze, so hat das Gitter für lange Wellenlängen besondere Vorzüge in bezug auf Linientrennung und -definition.

In der Theorie wird zur Bewertung der Leistung eines Beugungsgitters sein Auflösungsvermögen auf die kleinste Wellenlängendifferenz $\Delta\lambda$ zweier eben trennbarer Spektrallinien zurückgeführt. Diese ergibt sich unter einer Annahme von Rayleigh zu:

$$(1) \quad \Delta\lambda = \frac{\lambda}{N \cdot m}.$$

N = Beugungsordnung. m = Gesamtzahl der Gitterfurchen.

$N \cdot m$ = das Auflösungsvermögen des Gitters.

Wenn man annimmt, daß der Abstand der beiden Komponenten der so definierten Doppellinie auf 10% meßbar ist, so würde die Wellenlänge jeder Einzellinie mit einem Fehler von $\frac{1}{20} \Delta \lambda$ gemessen werden können. Dies würde besagen, daß die Mitte des Beugungsbildes einer einfachen Linie bis auf etwa 5% ihrer Halbwertbreite definierbar ist und dürfte für die photographischen Bilder roter Linien angemessen sein.

Da $\Delta \lambda$ mit λ proportional ist, so ist die prozentuale Genauigkeit einer Wellenlängenmessung für alle Wellenlängen die gleiche, nämlich $\frac{1}{20} \cdot N \cdot m$.

Wenn man nun Wellenlängenmessungen zur Untersuchung von spektralen Gesetzmäßigkeiten ausführt, so beziehen sich alle solche Gesetzmäßigkeiten nicht auf die Wellenlängen, sondern auf deren reziproke Werte, die Wellenzahlen $\nu = \frac{1}{\lambda}$. Nicht $\Delta \lambda$, sondern

$$(2) \quad \Delta \nu = - \frac{\Delta \lambda}{\lambda^2}$$

ist die zur Definition der Termwerte und für die Auflösung von Feinstrukturen maßgebende Größe. Als absoluter Betrag von $\Delta \nu$ ergibt sich aus (2) und (1)

$$(3) \quad \Delta \nu = \frac{1}{N \cdot m \lambda}$$

Da $\Delta \nu$, die Differenz zweier vom Gitter soeben auflösbarer Wellenzahlen, der Wellenlänge umgekehrt proportional ist, erhellt der Vorteil des Gitters im Gebiete großer Werte λ .

Die größten Rowlandgitter haben etwa 90000 Furchen (geteilte Fläche 15 cm, 600 Striche auf den Millimeter). Für sie ergeben sich folgende Werte von $\Delta \nu$ und $\Delta \lambda$:

$N \backslash \lambda \text{ \AA E}$	9000		4500		2250	
	$\Delta \nu \text{ cm}^{-1}$	$\Delta \lambda \text{ \AA E}$	$\Delta \nu \text{ cm}^{-1}$	$\Delta \lambda \text{ \AA E}$	$\Delta \nu \text{ cm}^{-1}$	$\Delta \lambda \text{ \AA E}$
1	0,1235	0,100	0,247	0,050	0,494	0,025
2	—	—	0,1235	0,025	0,247	0,0125
3	—	—	0,0823	0,017	0,165	0,0083
4	—	—	0,0618	0,0125	0,1235	0,0062

$\lambda \text{ \AA E I. Ordnung}$		10000	9000	8000	7000	6000	5000
Linien-Trennung Meß- genauigkeit	$\Delta \nu \text{ cm}^{-1}$	0,1111	0,1235	0,1389	0,1587	0,1852	0,2222
	$\Delta \lambda \text{ \AA E}$	0,1111	0,1000	0,0889	0,0778	0,0667	0,0556
	$\frac{1}{20} \Delta \nu \text{ cm}^{-1}$	0,00556	0,00618	0,00695	0,00794	0,00926	0,0111
	$\frac{1}{20} \Delta \lambda \text{ \AA E}$	0,00556	0,0050	0,00445	0,00389	0,00333	0,00278

Mit einem solchen Gitter ist also bei 9000 ÅE I. Ordnung eine Doppellinie von $0,1235\text{ cm}^{-1}$ Differenz der Wellenzahlen auflösbar. Dasselbe ist bei 4500 ÅE erst in II. und bei 2250 ÅE erst in IV. Ordnung erreichbar. Wenn $\frac{1}{20}$ dieser Differenz, also $0,00617\text{ cm}^{-1}$ als Meßgenauigkeit einer Einzellinie angenommen wird, so würde das folgende Genauigkeit der Wellenlängenmessung bedeuten:

9000 I. Ordn.	4500 II. Ordn.	2250 IV. Ordn.
0,0050	0,00125	0,00031 ÅE.

Diese Genauigkeit würde unter unserer Annahme mit dem Gitter erreicht werden, wenn Normalen genügender Genauigkeit zur Verfügung stehen. Für das Gebiet 9000 ÅE gibt es noch keine Normalen. Man muß hier gegen Normalen der II. Ordnung, also von 4500 ÅE oder der III. Ordnung von 3000 ÅE messen. Obwohl dabei die Wellenlänge bei 9000 ÅE durch Messung gegen eine Normale der Nten Ordnung einen Fehler $\Delta\lambda_{9000}$ erhält, der das Nfache des Wellenlängenfehlers $\Delta\lambda$ der Normale ist, wird doch der Fehler in der Wellenzahl $\Delta\nu_{9000}$ auf den Nten Teil des Fehlers $\Delta\nu$ der Normalen herabgedrückt. Es ist nach (2) $\Delta\nu_{9000} = \frac{1}{N} \Delta\nu$. Darauf beruht die Wichtigkeit von Gittermessungen im roten Gebiete für die Gesetzmäßigkeiten. Die Termanalyse kann kontrolliert und verbessert werden, wie an Beispielen unten gezeigt wird.

Wird umgekehrt eine kurze Wellenlänge in Nter Ordnung durch eine langwellige Normale in I. Ordnung gemessen, so wird ihr Fehler in λ zwar Nmal kleiner, in ν aber Nmal größer als der der Normale. Darauf beruht die Schwierigkeit durch Gittermessungen im Schumanngebiet spektroskopisch brauchbare Normalen zu gewinnen. Besser gelangt man von den langen zu den kurzen Wellenlängen mit Hilfe der Spektralgesetze, wie unten an einigen Beispielen gezeigt wird, und wie es von Paschen früher begonnen ist.¹⁾ Nachdem die von M. Siegbahn eingeführte Anordnung der streifenden Inzidenz den Weg zur Herstellung eines stark dispergierten und lichtstarken Gitterspektrums im Schumanngebiete und weit über dieses hinaus gewiesen hat, sind genauere Normalen notwendig.

Für die Auflösung von Feinstrukturen entspricht nach (2) einer Wellenlängendifferenz $\Delta\lambda$ eine 4 mal kleinere Differenz $\Delta\nu$ bei 9000 als bei 4500 ÅE. In gleicher Ordnung hat man also eine proportional λ^2 zunehmende Auflösung. So wird im

1) F. Paschen, Sitz.-Ber. Berl. Akad. d. Wiss. XXX. S. 1. 1929.

folgenden eine Liniengruppe von Al II bei 9330 ÅE behandelt, welche in $\Delta\nu$ dieselbe Feinstruktur besitzt, wie eine Gruppe bei 4640 ÅE. Die langwellige Gruppe konnte in I. Ordnung mit denselben Feinheiten beobachtet werden, wie früher die Gruppe bei 4640 von Paschen in III. Ordnung eines noch etwas größeren Gitters analysiert war, wobei die größere Lichtstärke in I. Ordnung eine wesentliche Rolle spielt. In beiden Fällen lagen die Gruppen nahe in der Normalen des Gitters und waren daher mit maximaler Güte abgebildet. Selbst bolometrische Messungen im weiteren Ultrarot sind aus diesen Gründen im spektroskopischen Wert vergleichbar mit feinen Messungen bei kürzeren Wellenlängen, wie aus früheren Studien des einen von uns und aus neueren Untersuchungen an ultraroten Bandenspektren hervorgeht.

Im folgenden werden die Ergebnisse einer Untersuchung des roten Lichtes einer Lichtquelle mit einem Beugungsgitter größter Art mitgeteilt. Sie bestehen in einer Vervollständigung der Spektren von Al II, Al I, He I, Zn II und Zn I in bezug auf die Termanalyse und die Feinstrukturen und bilden eine Illustration der vorstehenden Bemerkungen. Für die Analyse der engen Grobstrukturen mit den darin enthaltenen Kernmomentfeinstrukturen der Tripletgruppen des Spektrums Al II ist das große Gitter im Rot günstiger als ein Stufengitter oder eine Anordnung nach Fabry-Pérot, weil zur Isolierung der einzelnen Linien einer Grobstruktur eine ungewöhnlich hohe Dispersion des Vorzerlegungsapparates notwendig wäre, bei der die Lichtstärke zu gering würde. Andererseits darf nicht vergessen werden, daß die mit dem Gitter beobachteten Feinstrukturen vielfach der Grenze der Gitterleistung nahekommen und daher den Ergebnissen der genannten Apparate höchster Auflösungskraft nachstehen. Demgegenüber wird aber weiter beim Gitter die Wellenlänge selber gemessen, so daß für Al II die Werte der einzelnen Feinstrukturterme bestimmt werden, was bei den bisherigen relativen Messungen an Feinstrukturen nicht möglich war.

Das benutzte große Rowlandsche Konkavgitter und seine Aufstellung ist beschrieben von W. Gremmer.¹⁾ Sein Auflösungsvermögen beträgt bei einer Breite von 14,5 cm und 569 Strichen pro mm N 82500. Es zeigt eine nach Rot zunehmende Lichtstärke und Schärfe der Spektrallinien. Sein Krümmungsradius ist 4 m. Die feste Aufstellung nach dem Muster der Tübinger Gitteraufstellung ist besonders geeignet

1) Ztschr. f. Phys. 50. S. 716. 1928.

für das Rot und Infrarot I. Ordnung. Die Gitternormale liegt bei 9300 ÅE. Die regulären Gittergeister sind schwach, entsprechen einer besonderen Periode der Teilung, welche 720 Striche umfaßt (bei den späteren Gittern Rowlands 750 Striche) und liegen daher im Abstände $\lambda/N \cdot 720$ von den Linien und voneinander. Dies Gitter ist eines der ersten von Rowland geteilten und wurde von ihm an Hrn. von Helmholtz geschenkt.

Es war eine Vorkehrung getroffen, den mittleren Teil des Spektrums nahe vor der Platte zeitweise während der Exposition abzublenzen. Man exponierte im Anfang und am Ende je etwa $4\frac{1}{2}$ Stunden ohne Ablendung der Mitte, aber mit einem roten Filter vor dem Spalt. In der Mitte der Exposition wurde 1 Stunde lang mit Bedeckung der Plattenmitte und ohne Filter exponiert. Zur Abbildung der Lichtquelle diente ein Quarz-Fluoritachromat von Zeiss. Das Spektrum enthielt dann in der Mitte der Platte einen 1 cm breiten Streifen, in welchem allein die roten Linien anwesend sind, und zu beiden Seiten je einen 1 cm breiten Bereich, in welchem neben den roten noch die kurzwelligen Linien höherer Ordnungen infolge der kurzen mittleren Belichtung vorhanden sind. Der Abbé-Komparator zur Ausmessung der Spektrogramme enthielt als Index einen in der Mitte unterbrochenen Strich, der auch eine Messung in der Grenze dieser Bereiche gestattet.

Als Normalen dienten die von der Lichtquelle emittierten Linien des Heliums (Merrill), des Eisens und Neons, sowie solche Linien des Siliciums, Mangans, Titans, Kupfers, welche in H. Kaysers Tabelle der Hauptlinien¹⁾ mit 3 Dezimalen (10^{-3} ÅE) angegeben sind in I. oder höherer Gitterordnung. Die Reduktion auf λ_{vakuum} geschah auf Grund der Bestimmung der Dispersion der Luft von Kayser und Runge: im Infrarot durch Extrapolation ihrer Formel, unterhalb 3000 ÅE aber auf Grund der Messungen und Formel von W. Traub.²⁾

Die Lichtquelle (vgl. Fig. 1)

Als Lichtquelle dient das negative Heliumglimmlicht im Inneren einer 20 cm langen und 5 mm weiten Bohrung, welche sich in einem Aluminiumblock *B* befindet. Der Block hat an den Enden konische Bohrungen, in welche zwei Schliffe *C* aus Quarzglas passen. Diese Schliffe haben je eine zylindrische Anode *A* und ein Seitenrohr *D* zum Durchströmen des Heliumgases. Die Enden sind mit Quarzfenstern *F*

1) H. Kayser, Tabelle der Hauptlinien usw. J. Springer, Berlin 1926.

2) W. Traub, Ann. d. Phys. 61. S. 533. 1920.

verschlossen. Das mittlere Aluminiumstück und die Quarzschliffe sind bis heran an die Anoden mit einem Behälter *E* umgeben, durch welchen Wasser fließt. Diese Anordnung gestattet, Ströme bis 3 Amp. anzuwenden. Durch die Doppelanode wird das elektrische Feld in der langen Hohlkathode herabgesetzt, indem die Elektronen beiderseits aus dem Inneren

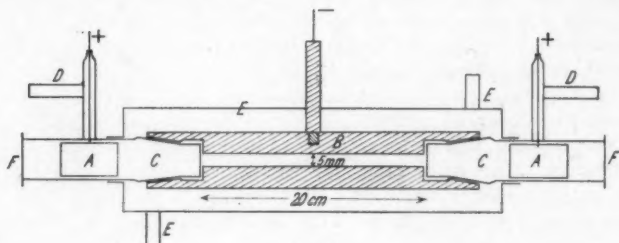


Fig. 1

abfließen. Durch Widerstände vor beiden Anoden wird für gleiche Helligkeit auf beiden Seiten gesorgt. Die Aufnahmen sind mit Gleichstrom von 2,5 Amp. bei etwa 260 Volt Klemmenspannung gemacht.

Es wurden folgende sensibilisierte Platten verwendet:

Im Spektralgebiet	
9100—11000 ÅE	Xenocyanin (Kodak)
8300— 9100	Agfa 855
7500— 8300	Agfa 810
6700— 7500	Agfa 730
5900— 6700	Agfa Superpan

Die Platten wurden vor dem Gebrauche in einer 8% igen Ammoniaklösung 40 Sek. lang gebadet und im Luftstrome schnell getrocknet.

Al II

1. Termanalyse

Es ist der Term $5G$ gefunden durch die starke Gruppe $4^{1,3}F-5G$ bei 9300 ÅE. Der Term 5^1F ist gesichert und genau bestimmt durch die Linien 5^1F-8G .

In der mit 3 Gliedern $n = 8, 9, 10$ gefundenen Serie $5G-nH$ ist der h -Zustand des Elektrons nachgewiesen. Aus den Werten der effektiven Quantenzahlen n^* der nH -Terme folgt, daß die bisher und in diesem Aufsätze angenommenen Werte der Terme höchstens einen Fehler von $0,5 \text{ cm}^{-1}$ haben

können. Denn ändert man die Termwerte nH um α , so ergeben sich folgende Werte n^* :

α	Werte $n^* = \sqrt{\frac{4 R_{Al}}{n H + \alpha}}$		
	8	9	10
+ 1,0	7,99236	8,99193	9,99161
+ 0,5	7,99264	8,99233	9,99219
0	7,99294	8,99275	9,99275
- 0,5	7,99323	8,99317	9,99331
- 1,0	7,99352	8,99357	9,99389

Die Bestimmung der absoluten Termwerte aus der Reihe $n G^1$) ist aber mindestens ebenso genau.

2. Die Feinstruktur

Sie rührt her von dem Momente $\frac{1}{2} h/2\pi$ des Aluminiumkernes, wie man nach R. Ritschls²⁾ Befund an vier ausgewählten Linien von Al I und einer von Al II und nach der danach möglichen Deutung mehrerer bisher unverständener Gruppen von Al II³⁾ annehmen darf.

Die quantitative Behandlung der Feinstruktur eines Zweielektronenspektrum ist von S. Goudsmit und R. F. Bacher gegeben.⁴⁾ Sie führt im Falle Al II wegen des Kernmomentes $\frac{1}{2}$ auf besonders einfache Verhältnisse. Danach ist die Aufspaltung eines Termes ${}^{13}L_j$ von Al II gegeben durch den Ausdruck $(j + \frac{1}{2}) \frac{1}{2} a(g - 1)$, wenn die Koppelung des Kernmomentes mit dem $3s$ -Elektron allein in Betracht gezogen wird, und von dieser Koppelung die Aufspaltung a herrührt (z. B. im Term 3^2S von Al III). g ist der Landésche Faktor für die magnetische Aufspaltung des Termes. Nach dieser Beziehung spalten nur die Terme des Tripletsystemes auf, und zwar mit folgenden Werten, welche sich gründen auf den Wert $a = 0,48 \text{ cm}^{-1}$, der nach Goudsmit und Bacher mit den Daten Ritschls und mit der Feinstruktur der Linie $4^1F - nG$ im Einklang ist.

$(g - 1)$	3S_1	3P_2	3P_1	3P_0	3D_3	3D_2	3D_1	3F_4	3F_3	3F_2
Aufsp. cm^{-1}	0,36	0,30	0,18	0	0,28	0,10	- 0,18	0,27	0,07	- 0,20

1) F. Paschen, Ann. d. Phys. 71. S. 546. 1923.

2) R. Ritschl, Nature 131. S. 59. 1933.

3) F. Paschen, Sitzber. Berl. Akad. d. Wiss, 32. S. 2. 1932.

4) S. Goudsmit u. R. F. Bacher, Phys. Rev. 34. S. 1501. 1929.

Diese Werte der Feinaufspaltung gelten, solange die Russell-Saunderssche Art der Koppelung zwischen den Bahn- und Spinmomenten in Kraft ist, und solange die davon herrührende Grobaufspaltung groß ist gegen die Feinaufspaltung. Wenn letzteres nicht mehr der Fall ist, stört das Kernmoment jene Koppelung ähnlich, wie ein äußeres Magnetfeld bei der magnetischen Verwandlung von Liniengruppen, und wenn die Wirkung des Kernmomentes überwiegt, treten ähnliche Verhältnisse ein, wie im partiellen oder totalen Paschen-Back-Effekt. Dies wurde von Paschen (a. a. O.) aus dem Verhalten gewisser Terme von Al II geschlossen. In der n^3D -Reihe zeigen $n = 3$ und $n = 4$ die gewöhnliche Grobstruktur mit so großen Aufspaltungen, daß man bei $n = 5$ noch dasselbe erwarten müßte. Anstatt dessen ist bei $n = 5$ eine richtige Feinstruktur vorhanden. Dies kann man kaum anders verstehen, als daß das Kernmoment die Grobstruktur beseitigt hat. Hätte der Aluminiumkern kein magnetisches Moment, so müßte der 5^3D -Term eine noch gut beobachtbare Grobstruktur haben, wie z. B. die zweiten 3P -Terme von He I und O I. Der große Unterschied zwischen 4^3D und 5^3D erinnert an die schnelle Ausbildung eines einzigen Lorentz-triplets als Endeffekt bei der magnetischen Verwandlung einer engen Liniengruppe. Ein zweites Beispiel bilden die Terme nG , bei welchen auch die Singulet-Triplet-Differenz verschwunden ist. Eine dem Paschen-Back-Effekt analoge Störung der L-S-Koppelung durch das magnetische Moment des Kernes äußert sich nach Paschen auch darin, daß wie beim ersteren Effekt verbotene Übergänge auftreten. Solche wurden in Al II in den Kombinationen der Terme 3^3D und 4^3D beobachtet, welche, wie das Verhalten von 5^3D zeigt, dem Anfangsstadium des magnetischen Verwandlungseffektes entsprechen, und sie treten auf in einer störungsfreien Lichtquelle (negatives Glimmlicht).

Auch Goudsmit und Bacher kommen in einer neuen Arbeit¹⁾ unabhängig zu ähnlichen Schlüssen und geben weiter auf Grund ihrer Theorie die quantitative Behandlung derartiger degenerierter Terme. Für einen Tripletterm, dessen Tripletstruktur klein gegen die Feinaufspaltung ist, der aber noch verschieden ist vom zugehörigen Singulettterm (z. B. für die n^3D -Terme des Al II $n > 4$) folgt aus der Theorie eine Aufspaltung von $\frac{3}{4}a$ (also $0,36 \text{ cm}^{-1}$ bei Al II). Wenn weiter auch noch die Triplet-Singulet-Differenz zu klein wird, folgt

1) S. Goudsmit u. R. F. Bacher, *Phys. Rev.* **43**. S. 894. 1933.

eine Feinaufspaltung von a ($0,48 \text{ cm}^{-1}$ für die nG -Terme des AI II). Beim Übergang von oder zu einem solchen Term bleibt die Art der Koppelung des $3s$ -Elektrons mit dem Kernmoment erhalten. $^3F_{4,1/2}$ gibt mit $G_{j+1/2}$ die stärkere Komponente. Aber $^3F_{2,1/2}$ kombiniert vorzugsweise mit $G_{j-1/2}$ und gibt eine stärkere Komponente als $F_{2,1/2}$, $G_{j+1/2}$.

Die neuen Beobachtungen im Infrarot wie auch frühere von Paschen an den kurzwelligen Tripletgruppen ergeben innerhalb der Grobstrukturen viele feinere Aufspaltungen, welche zu deuten blieben. Nach der Theorie von Goudsmit und Bacher ist dies möglich. Man nahm dazu die theoretischen Aufspaltungswerte an, erteilte also jedem früheren Einzelterm zwei Werte mit der theoretischen Differenz und bestimmte die Absolutwerte dieser Terme, entsprechend den Werten aller beobachteten Wellenzahlen.

Der Ableitung dieser Feinstrukturterme liegt wie der früheren Ableitung der einfachen Terme durch Paschen¹⁾ die Reihe nG zugrunde, welche der Formel von Ritz folgt, und daher zur Bestimmung der absoluten Termwerte am geeignetsten erschien. Jeder nG -Term wird in zwei um $0,48 \text{ cm}^{-1}$ verschiedene Terme zerlegt ($nG_{j-1/2} - nG_{j+1/2} = 0,48 \text{ cm}^{-1}$). Mit diesen Zahlenwerten (vgl. Termtabelle), deren Absolutwerte nach der Erörterung S. 873 bis auf weniger als $0,5 \text{ cm}^{-1}$ richtig sein dürften, werden aus der Serie $4^1sF - nG$, in welcher die Glieder $n = 8, 9, 10$ am genauesten mit Feinstrukturen beobachtet sind, die Werte $4^1F_{3/2, 3 \pm 1/2}$ und $4^3F_{j, j \pm 1/2}$ bestimmt. Die Termtabelle enthält diese Werte, abgeleitet aus den Beobachtungsdaten: 1. unter P. ohne Korrektur, 2. unter G. mit der Unterstellung, daß die Beobachtungen fehlerhaft seien, und daß die theoretischen Aufspaltungen der F -Terme erhalten werden müßten. Die Abweichung im 4^3F_4 -Term liegt außerhalb der Fehler. Die Linie $4^3F_4 - nG$ sollte ein Dublet von der Aufspaltung $0,21 \text{ cm}^{-1}$ sein. Gemessen ist eine Differenz $0,11 \text{ cm}^{-1}$. Die gesamte Breite dieser Doppellinie von Rand zu Rand beträgt ungefähr $0,21 \text{ cm}^{-1}$. Der Abstand $0,11$ ist sowohl direkt gemessen wie auch aus der Verbreiterung der Linie gefolgert. Auch der 4^3F_3 -Term ist mit den theoretischen Werten nicht vereinbar. Die Doppellinie $4^3F_3 - nG$ ist so gut definiert wie diejenige $4^1F_3 - nG$ und hat die gleiche Aufspaltung und das gleiche Intensitätsverhältnis. Theoretisch

1) F. Paschen, Ann. d. Phys. 71. S. 547. 1923: enthält die Triplets von AI II.

sollte die Feinaufspaltung der Tripletlinie betragen $0,41 \text{ cm}^{-1}$. Nach den Messungen ist sie $0,49 \text{ cm}^{-1}$ und kann nicht kleiner sein als $0,47 \text{ cm}^{-1}$. (Die Beobachtungen bei F. Paschen, a. a. O.)

Sehr gut ist die Übereinstimmung beim Singulettterm 4^1F_3 , der selber nicht aufspalten soll, und beim 4^3F_2 -Term im Werte der Aufspaltung, im Intensitätsverhältnis der beiden Komponenten und in der Art der Kombination (vgl. S. 875).

Die bemerkten Abweichungen von der Theorie, welche beim Term 5^1F wiederkehren, sind indessen für die Ableitung weiterer Terme nicht von erheblichem Belang. Der Term 3^3D wird bestimmt aus der Gruppe 3^3D-4^3F bei 3587 \AA E . In der Termtabelle sind die Werte unter „G.“ mit den theoretischen Werten der F -Terme berechnet, unter „P.“ mit den Werten 4^3F , die unter „P.“ stehen. Außerdem ist diese Gruppe aufgeführt mit Berechnungen nach P. und nach G., wobei also die Berechnungen unter P. unter keinerlei Korrektur der Beobachtungen vollzogen sind. Daß die Unterschiede gering sind, liegt beim 3F_3 -Term an seiner geringen Aufspaltung und beim 3F_4 -Term daran, daß die Kombination mit diesem in beiden Fällen eine enge unauflösbare Doppellinie ergibt. Es liegt aber auch wohl daran, daß die Feinaufspaltungen der drei Terme 3^3D wahrscheinlich die theoretischen sind. Der Weg zur Bestimmung weiterer Terme führt nun über die neu gefundene Gruppe 3^4D-4^3P , welche bei 10000 \AA E liegt und den Term 4^3P ergibt, über die Gruppe 4^3P-5^3D bei 3655 \AA E zum Term $5^3D_{j \pm 1/2}$.

In demselben Endterm $5^3D_{j \pm 1/2}$ führt ein zweiter Weg vom Term $8G$ aus über die Gruppen 5^3F-8G bei 8680 \AA E , 4^3D-5^3F bei 8363 \AA E , 4^3D-9^3F bei 4227 \AA E und 5^3D-9^3F bei 8120 \AA E . Die auf beiden Wegen bestimmten Zahlenwerte des Doppeltermes $5^3D_{j \pm 1/2}$ weichen zwar nur um kaum $0,1 \text{ cm}^{-1}$ voneinander ab. Die Übereinstimmung wird indessen erst in allen Einzelheiten vollkommen, wenn alle Werte λ (φ) der Gruppe 3587 um $0,011 \text{ \AA E}$ ($0,09 \text{ cm}^{-1}$) und diejenigen der Gruppe bei 4227 \AA E um $0,014 \text{ \AA E}$ ($0,07 \text{ cm}^{-1}$) vergrößert (verkleinert) werden. Diese Änderungen liegen innerhalb der Fehler der absoluten Werte der Wellenlängen. Die Änderung bei 4227 \AA E wird unabhängig bestätigt: Für die Linien He I $2829,073$ und Al II $2816,179$ ergibt sich aus den Messungen im Infrarot eine Korrektur um etwa $+0,01 \text{ \AA E}$ (vgl. Tabellen S. 890 und 885). Die Wellenlängen 4227 beruhen auf einer Messung von 4227 in II. Ordnung gegen diese Linien in III. Ordnung und bedürfen danach einer Änderung von $+3/2 \times 0,010 = +0,015 \text{ \AA E}$.

Tabelle I. Feinstruktur-Terme des Tripletsystems von Al II

n	kombiniert mit $5^1F, {}^3F, {}^3H$	6	7	8	9	10	11
$n G_j + \frac{1}{2}$	17678,916	12271,63	9010,967	6895,457	5445,087	4409,167	3642,547
$n G_j - \frac{1}{2}$	17679,396	12272,11	9011,447	6895,937	5446,167	4409,647	3643,027
$4^1F_8, \frac{1}{2}$	P. 28392,314	G. —	$5^1F_8, \frac{1}{2}$	P. 18181,075	G. —	—	—
$4^1F_8, \frac{1}{2}$	—0,014	28392,307	—	—0,010	18181,071	—	—
$4^1F_8, \frac{1}{2}$	28392,300	—	$5^1F_8, \frac{1}{2}$	18181,065	—	$9^3F_8, \frac{1}{2}$	6727,48
$4^3F_8, \frac{1}{2}$	28439,464	28439,510	$5^3F_8, \frac{1}{2}$	18412,675	18412,724	—	0,27
$4^3F_8, \frac{1}{2}$	0,370	28439,780	$5^3F_8, \frac{1}{2}$	0,380	0,270	$9^3F_8, \frac{1}{2}$	6727,75
$4^3F_8, \frac{1}{2}$	28439,834	28442,394	$5^3F_8, \frac{1}{2}$	18413,055	18412,994	$9^3F_8, \frac{1}{2}$	6730,89
$4^3F_8, \frac{1}{2}$	28442,430	—0,010	$5^3F_8, \frac{1}{2}$	—0,010	0,070	$9^3F_8, \frac{1}{2}$	0,07
$4^3F_8, \frac{1}{2}$	28442,420	28442,464	$5^3F_8, \frac{1}{2}$	18419,765	18419,811	$9^3F_8, \frac{1}{2}$	6730,96
$4^3F_8, \frac{1}{2}$	28444,504	28444,497	$5^3F_8, \frac{1}{2}$	18425,105	18425,101	$9^3F_8, \frac{1}{2}$	6733,31
$4^3F_8, \frac{1}{2}$	—0,217	—0,200	$5^3F_8, \frac{1}{2}$	—0,210	—0,200	$9^3F_8, \frac{1}{2}$	—0,20
$4^3F_8, \frac{1}{2}$	28444,287	28444,297	$5^3F_8, \frac{1}{2}$	18424,895	18424,901	$9^3F_8, \frac{1}{2}$	6733,11
$3^3D_8, \frac{1}{2}$	G. 56313,43	P. 313,45	$4^3D_8, \frac{1}{2}$	30379,23	$4^3P_8, \frac{1}{2}$	$5^3P_8, \frac{1}{2}$	26141,10
$3^3D_8, \frac{1}{2}$	0,26	0,26	$4^3D_8, \frac{1}{2}$	0,28	0,30	$5^3P_8, \frac{1}{2}$	0,30
$3^3D_8, \frac{1}{2}$	56313,71	313,71	$4^3D_8, \frac{1}{2}$	30379,51	$4^3P_8, \frac{1}{2}$	$5^3P_8, \frac{1}{2}$	26141,40
$3^3D_8, \frac{1}{2}$	56312,35	312,32	$4^3D_8, \frac{1}{2}$	30378,81	$4^3P_{11}, \frac{1}{2}$	$5^3P_{11}, \frac{1}{2}$	26153,99
$3^3D_8, \frac{1}{2}$	0,10	0,07	$4^3D_8, \frac{1}{2}$	0,10	0,18	$5^3P_{11}, \frac{1}{2}$	0,18
$3^3D_8, \frac{1}{2}$	56312,45	312,39	$4^3D_8, \frac{1}{2}$	30378,91	$4^3P_{11}, \frac{1}{2}$	$5^3P_{11}, \frac{1}{2}$	26154,17
$3^3D_8, \frac{1}{2}$	56311,50	311,49	$4^3D_{11}, \frac{1}{2}$	30378,50	$4^3P_{11}, \frac{1}{2}$	$5^3P_{11}, \frac{1}{2}$	26159,78
$3^3D_8, \frac{1}{2}$	—0,18	—0,18	$4^3D_{11}, \frac{1}{2}$	—0,18	$4^3P_{11}, \frac{1}{2}$	$5^3P_{11}, \frac{1}{2}$	—
$3^3D_8, \frac{1}{2}$	56311,32	311,31	$4^3D_{11}, \frac{1}{2}$	30378,32	$4^3P_{11}, \frac{1}{2}$	$5^3P_{11}, \frac{1}{2}$	—
$5^3D_j + \frac{1}{2}$	D 19039,74	kombiniert mit 3F_8 und 3P_8	D 19039,62	kombiniert mit ${}^3F_8, {}^3F_8, {}^3P_8, {}^3P_8$	—	—	—
$5^3D_j - \frac{1}{2}$	0,36	0,36	0,36	—	—	—	—
$5^3D_j - \frac{1}{2}$	19040,10	19039,98	19039,98	—	—	—	—

Tabelle 2
Al II. Infrarot

Int.	λ	ν		ν ber.	
·5	10122,50 ¹⁾	9876,27	$3^3D_1, \frac{1}{2} - 4^3P_0, \frac{1}{2}$	76,27	
·2	10108,37 ₅	9890,07	$3^3D_1, \frac{1}{2} - 4^3P_1, \frac{1}{2}$	90,06	
·5	10108,01	9890,43	$3^3D_1, \frac{1}{2} - 4^3P_1, \frac{1}{2}$	90,44	
4	10107,19	9891,23	$3^3D_2, \frac{1}{2} - 4^3P_1, \frac{1}{2}$	21,19	
			$3^3D_2, \frac{1}{2} - 4^3P_1, \frac{1}{2}$	21,27	
·5	10077,53	9920,34	$3^3D_2, \frac{1}{2} - 4^3P_2, \frac{1}{2}$	90,32	
1	10077,32	9920,55	$3^3D_2, \frac{1}{2} - 4^3P_2, \frac{1}{2}$	90,52	
6	10076,29	9921,56	$3^3D_2, \frac{1}{2} - 4^3P_2, \frac{1}{2}$	21,58	
			$3^3D_2, \frac{1}{2} - 4^3P_2, \frac{1}{2}$	21,60	
			P.	G.	
2	9331,979	10712,898	$4^1F_3, \frac{1}{2} - 5 G_{j-\frac{1}{2}}$	12,904	12,911
3	9331,546	10713,404	$4^1F_3, \frac{1}{2} - 5 G_{j+\frac{1}{2}}$	13,398	13,391
5	9290,747	10760,439	$4^3F_4, \frac{1}{2} - 5 G_{j-\frac{1}{2}}$	60,438	60,384
6	9290,649	10760,553	$4^3F_4, \frac{1}{2} - 5 G_{j+\frac{1}{2}}$	60,546	60,594
2	9288,550	10762,987	$4^3F_3, \frac{1}{2} - 5 G_{j-\frac{1}{2}}$	$\left\{ \begin{array}{l} 5 G_{j-\frac{1}{2}} = 17679,44 \\ 5 G_{j+\frac{1}{2}} = 17678,96 \\ 5 G_{j-\frac{1}{2}}'' = 17679,49 \\ 5 G_{j+\frac{1}{2}}'' = 17679,01 \\ 8 H_{j+\frac{1}{2}} = 6870,39 \\ n^2 = 7,99295 \end{array} \right.$	
3	9288,145	10763,458	$4^3F_3, \frac{1}{2} - 5 G_{j+\frac{1}{2}}$		
2	9286,794	10765,023	$4^3F_2, \frac{1}{2} - 5 G_{j-\frac{1}{2}}$		
1	9286,578	10765,274	$4^3F_2, \frac{1}{2} - 5 G_{j+\frac{1}{2}}$		
1	9249,41	10808,53	$5 G_{j\pm\frac{1}{2}} - 8 H_{j\pm\frac{1}{2}}$		
·5	9124,27	10956,77	$6^3S - 8^3P_2$	$\left\{ \begin{array}{l} 8^3P_2 = 8690,40 \\ 6^3S = 19647,17 \end{array} \right.$	
			P.	G.	
·5	8858,77	11285,14	$5^1F_3, \frac{1}{2} - 8 G_{j-\frac{1}{2}}$	85,13	85,13
1	8858,39	11285,63	$5^1F_3, \frac{1}{2} - 8 G_{j+\frac{1}{2}}$	85,62	85,61
2·5	8680,36	11517,09	$5^3F_4, \frac{1}{2} - 8 G_{j-\frac{1}{2}}$	17,12	17,06
3	8680,26 ₆	11517,22	$5^3F_4, \frac{1}{2} - 8 G_{j+\frac{1}{2}}$	17,22	17,27
	8680,31	als eine Linie gem.			
1	8675,28	11523,84	$5^3F_3, \frac{1}{2} - 8 G_{j-\frac{1}{2}}$	23,83	23,87
2	8674,92	11524,32	$5^3F_3, \frac{1}{2} - 8 G_{j+\frac{1}{2}}$	24,32	24,28
1	8671,28	11529,16	$5^3F_2, \frac{1}{2} - 8 G_{j-\frac{1}{2}}$	29,17	29,16
·5	8671,06	11529,44	$5^3F_2, \frac{1}{2} - 8 G_{j+\frac{1}{2}}$	29,44	29,44
8	8640,70	11569,96	$4^1S - 4^1P$	ber. 69,8 4 ¹ S verbessert zu 56512,16 (statt 12,0)	

1) Auf schwächeren Aufnahmen gemessen, Komp. nicht sichtbar, Int. mit folgenden Linien nicht vergleichbar.

Tabelle 2 (Fortsetzung). Al II. Infrarot

Int.	λ	ν		ν ber.	
				P.	G.
8	8363,52	11953,40	$4^3D_{1, \frac{1}{2}} - 5^3F_{2, \frac{1}{2}}$	53,40	53,40
			$4^3D_{1, \frac{1}{2}} - 5^3F_{3, \frac{1}{2}}$	53,42 ₅	53,42
1	8363,30	11953,72	$4^3D_{2, \frac{1}{2}} - 5^3F_{2, \frac{1}{2}}$	53,70	53,70
9	8359,57	11959,05	$4^3D_{2, \frac{1}{2}} - 5^3F_{3, \frac{1}{2}}$	59,04	59,07
			$4^3D_{2, \frac{1}{2}} - 5^3F_{4, \frac{1}{2}}$	59,14 ₅	59,10
1	8359,23	11959,54	$4^3D_{3, \frac{1}{2}} - 5^3F_{4, \frac{1}{2}}$	59,46	59,49
10	8354,35	11966,52	$4^3D_{3, \frac{1}{2}} - 5^3F_{4, \frac{1}{2}}$	66,55	66,49
			$4^3D_{3, \frac{1}{2}} - 5^3F_{5, \frac{1}{2}}$	66,46	66,52
3	8160,15	12251,31	$5^3G_{j \pm \frac{1}{2}} - 9^3H_{j \pm \frac{1}{2}}$	$\left\{ \begin{array}{l} 9^3H_{j \pm \frac{1}{2}} = 5427,61 \\ n^* = 8,99274 \end{array} \right.$	
0	8123,52	12306,55	$5^3D_{j - \frac{1}{2}} - 9^3F_{2, \frac{1}{2}}$	06,67	
			$5^3D_{j + \frac{1}{2}} - 9^3F_{2, \frac{1}{2}}$	06,51	
-5	8122,08	12308,73	$5^3D_{j + \frac{1}{2}} - 9^3F_{3, \frac{1}{2}}$	08,73	
-2	8121,89	12309,02	$5^3D_{j - \frac{1}{2}} - 9^3F_{3, \frac{1}{2}}$	09,02	
1.5	8119,72	12312,31	$5^3D_{j + \frac{1}{2}} - 9^3F_{4, \frac{1}{2}}$	12,26	
			$5^3D_{j - \frac{1}{2}} - 9^3F_{4, \frac{1}{2}}$	12,35	
-5	8086,91	12362,24	$6^1D - 9^1F$	62,4	
2	7823,72	12778,12	$5^3P_{2, \frac{1}{2}} - 7^3S_{1, \frac{1}{2}}$	78,12	$\left\{ \begin{array}{l} 7^3S_{1, \frac{1}{2}} \\ = 13362,98 \end{array} \right.$
1	7815,83	12791,03	$5^3P_{1, \frac{1}{2}} - 7^3S_{1, \frac{1}{2}}$	91,01	
-5	7812,31	12796,79	$5^3P_{0, \frac{1}{2}} - 7^3S_{1, \frac{1}{2}}$	96,80	
0	7709,78	12966,98	$5^3F_{4, \frac{1}{2}} - 9^3G_{j + \frac{1}{2}}$	66,99	
2	7635,33	13093,40	$5^3P_{2, \frac{1}{2}} - 6^3D_{j + \frac{1}{2}}$	93,39	$\left\{ \begin{array}{l} 6^3D_{j + \frac{1}{2}} \\ = 13047,72 \end{array} \right.$
1	7627,85	13106,25	$5^3P_{1, \frac{1}{2}} - 6^3D_{j + \frac{1}{2}}$	06,27	
-5	7624,48	13112,03	$5^3P_{0, \frac{1}{2}} - 6^3D_{j + \frac{1}{2}}$	12,06	
-2	7526,2	13283,3	$5^3G_{j \pm \frac{1}{2}} - 10^3H_{j \pm \frac{1}{2}}$	$\left\{ \begin{array}{l} 10^3H_{j \pm \frac{1}{2}} = 4395,66 \\ n^* = 9,9927_5 \end{array} \right.$	
9	7471,41	13380,66	$4^1D - 4^1F$	80,6	
5	7449,42	13420,17	$5^1P - 7^1D$	20,1	
1	7063,64	14153,10	$4^3S_{1, \frac{1}{2}} - 4^3P_{0, \frac{1}{2}}$	53,08	$\left\{ \begin{array}{l} 4^3S_{1, \frac{1}{2}} \\ = 60588,31 \end{array} \right.$
5	7056,60	14167,22	$4^3S_{1, \frac{1}{2}} - 4^3P_{1, \frac{1}{2}}$	67,23	
10	7042,06	14196,48	$4^3S_{1, \frac{1}{2}} - 4^3P_{2, \frac{1}{2}}$	96,48	
1	6917,93	14451,20	$5^1D - 6^1F$	50,9	
8	6837,14	14621,96	$4^3P_{2, \frac{1}{2}} - 5^3S_{1, \frac{1}{2}}$	21,96	$\left\{ \begin{array}{l} 5^3S_{1, \frac{1}{2}} \\ = 31769,87 \end{array} \right.$
5	6823,48	14651,24	$4^3P_{1, \frac{1}{2}} - 5^3S_{1, \frac{1}{2}}$	51,21	
1	6816,69	14665,31	$4^3P_{0, \frac{1}{2}} - 5^3S_{1, \frac{1}{2}}$	65,36	
-5	6609,64	15125,24	$5^1D - 7^1P$	24,7	

Tabelle 2 (Fortsetzung). Al II. Infrarot

Int.	λ	ν		ν ber.	
10	6335,74	15779,11	4^1D-5^1P	79,2	
10	6243,36	16012,58	$4^3P_{3,1/2}-4^3D_{3,1/2}$	12,60	} Strukturen d. Überstrahlung verloren
9	6231,78	16042,34	$4^3P_{1,1/2}-4^3D_{2,1/2}$	42,27	
8	6226,18	16056,77	$4^3P_{0,1/2}-4^3D_{1,1/2}$	56,73	
			P.		
9	6201,70	16120,15	$4^1F_{3,1/2}-6G_{j-1/2}$	20,19	20,20
10	6201,52	16120,62	$4^1F_{3,1/2}-6G_{j+1/2}$	20,68	20,68
10u	6183,42	16167,82	$4^3F_{4,1/2}-6G_{j-1/2}$	67,72	67,67
			$4^3F_{4,1/2}-6G_{j+1/2}$	67,83	67,88
7	6182,45	16170,34	$4^3F_{3,1/2}-6G_{j-1/2}$	70,31	70,35
8	6182,28	16170,78	$4^3F_{3,1/2}-6G_{j+1/2}$	70,80	70,76
6	6181,68	16172,36	$4^3F_{3,1/2}-6G_{j-1/2}$	72,39	72,39
5	6181,57	16172,64	$4^3F_{3,1/2}-6G_{j+1/2}$	72,66	72,67
10	6073,23	16461,15	$5^3P_{3,1/2}-8^3S_{1,1/2}$	61,14	$8^3S_{1,1/2}$ = 9680,26
			$5^3P_{2,1/2}-8^3S_{1,1/2}$	61,20	$8^3S_{1,1/2}$ = 9679,90
5	6068,53	16473,88	$5^3P_{1,1/2}-8^3S_{1,1/2}$	73,91	} Trennung unsicher
8	6068,43	16474,15	$5^3P_{1,1/2}-8^3S_{1,1/2}$	74,09	
als eine	6068,46	16474,07			
2	6066,44	16479,56	$5^3P_{0,1/2}-6^3S_{1,1/2}$	79,52	} eben getrennt
3	6066,32	16479,88	$5^3P_{0,1/2}-6^3S_{1,1/2}$	79,88	
6	6061,11	16494,06	5^1P-8^1S	94,1	
10	6006,42	16644,24	$5^3P_{3,1/2}-7^3D_{j-1/2}$	44,14	$7^3D_{j-1/2}$ = 9497,26
			$5^3P_{2,1/2}-7^3D_{j+1/2}$	44,20	$7^3D_{j+1/2}$ = 9496,90
7	6001,88	16656,83	$5^3P_{1,1/2}-7^3D_{j-1/2}$	56,91	} Trennung unsicher
8	6001,76	16657,17	$5^3P_{1,1/2}-7^3D_{j+1/2}$	57,09	
als eine	6001,81	16657,02			
2	5999,83	16662,53	$5^3P_{0,1/2}-7^3D_{j-1/2}$	62,52	} eben getrennt
3	5999,70	16662,88	$5^3P_{0,1/2}-7^3D_{j+1/2}$	62,88	
7	5971,94	16740,33	5^1P-8^1D	40,3	

Im Einklang mit der Theorie sind keine Feinstrukturen der reinen Singulettlinien gefunden. Das von Sawyer und Paschen gegebene Termsystem¹⁾ derselben wird beibehalten.

1) R. A. Sawyer u. F. Paschen, Ann. d. Phys. **84**. S. 6 und 7. 1927.

Tabelle 3

Al II. Kurzwellige Tripletgruppen¹⁾

Int.	λ	ν		ν ber. G	P
3 ² D—4 ² F. Alle Wellenlängen um 0,011 Å erhöht					
8	3587,450	27867,02	$D_1, \frac{1}{2}$	$F_2, \frac{1}{2}$	67,00
—	—	—	$D_1, \frac{1}{2}$	$F_2, \frac{1}{2}$	67,02
3	3587,342	27867,85	$D_2, \frac{1}{2}$	$F_2, \frac{1}{2}$	67,85
2,5	3587,309	27868,11	$D_2, \frac{1}{2}$	$F_2, \frac{1}{2}$	68,15
1	3587,195	27869,00	$D_1, \frac{1}{2}$	$F_2, \frac{1}{2}$	69,11
—	—	—	$D_2, \frac{1}{2}$	$F_2, \frac{1}{2}$	69,07 ^{*)}
,5	3587,165	27869,23	$D_2, \frac{1}{2}$	$F_2, \frac{1}{2}$	68,93
9	3587,068	27869,98	$D_2, \frac{1}{2}$	$F_2, \frac{1}{2}$	69,21
—	—	—	$D_2, \frac{1}{2}$	$F_2, \frac{1}{2}$	69,96
2 ^{**)}	3586,936	27871,01	$D_2, \frac{1}{2}$	$F_2, \frac{1}{2}$	69,99
4 ^{**)}	3586,912	27871,19	$D_2, \frac{1}{2}$	$F_2, \frac{1}{2}$	70,03
,2	3586,811	27871,97	$D_2, \frac{1}{2}$	$F_2, \frac{1}{2}$	71,04
1,5	3586,708	27872,78	$D_2, \frac{1}{2}$	$F_2, \frac{1}{2}$	71,25
10	3586,557	27873,95	$D_2, \frac{1}{2}$	$F_2, \frac{1}{2}$	71,99
—	—	—	$D_2, \frac{1}{2}$	$F_2, \frac{1}{2}$	72,04 ^{*)}
			$D_2, \frac{1}{2}$	$F_2, \frac{1}{2}$	72,84
			$D_2, \frac{1}{2}$	$F_2, \frac{1}{2}$	72,89 ^{*)}
			$D_2, \frac{1}{2}$	$F_2, \frac{1}{2}$	73,92
			$D_2, \frac{1}{2}$	$F_2, \frac{1}{2}$	73,97
			$D_2, \frac{1}{2}$	$F_2, \frac{1}{2}$	73,88

^{*)} Verbotene Übergänge.²⁾

^{**)} Int. verkehrt, unaufgeklärt!

Int.	λ	ν		ν ber.	
4 ² P—5 ² D					
8	3654,998	27352,02	$P_2, \frac{1}{2}$	$D_{j-\frac{1}{2}}$	52,03
6	3654,981	27352,15	$P_2, \frac{1}{2}$	$D_{j+\frac{1}{2}}$	52,09
als eine	3654,995	27352,04			
5	3651,096	27381,26	$P_1, \frac{1}{2}$	$D_{j-\frac{1}{2}}$	81,28
7	3651,065	27381,48	$P_1, \frac{1}{2}$	$D_{j+\frac{1}{2}}$	81,46
1	3649,232	27395,24	$P_0, \frac{1}{2}$	$D_{j-\frac{1}{2}}$	95,25
1,5	3649,184	27395,60	$P_0, \frac{1}{2}$	$D_{j+\frac{1}{2}}$	95,61

Nur die λ der starken Komponenten mit sichersten Werten verwendet

1) Aus F. Paschen, Ann. d. Phys. 71. S. 537. 1923 und Sitz.-Ber. Berl. Akad. XXXII. S. 2. 1932.

2) Vgl. S. 874.

Tabelle 3 (Fortsetzung)

Int.	λ	ν			ν ber.
3 ² D—5 ² P. Alle Wellenlängen um 0,007 Å erniedrigt					
1	3315,608	30151,72	$D_{1, \frac{1}{2}}$	$P_{0, \frac{1}{2}}$	51,72
,2	3315,516	30152,56	$D_{2, \frac{1}{2}}$	$P_{0, \frac{1}{2}}$	52,57 ^{*)}
0	3314,981	30157,43	$D_{1, \frac{1}{2}}$	$P_{1, \frac{1}{2}}$	57,51
2	3314,883	30158,32	$D_{2, \frac{1}{2}}$	$P_{1, \frac{1}{2}}$	58,28
—	—	—	$D_{3, \frac{1}{2}}$	$P_{1, \frac{1}{2}}$	58,36
,5	3314,756	30159,48	$D_{2, \frac{1}{2}}$	$P_{1, \frac{1}{2}}$	59,44 ^{*)}
,5	3313,470	30171,18	$D_{2, \frac{1}{2}}$	$P_{2, \frac{1}{2}}$	71,25
3	3313,344	30172,33	$D_{2, \frac{1}{2}}$	$P_{2, \frac{1}{2}}$	72,33
—	—	—	$D_{2, \frac{1}{2}}$	$P_{2, \frac{1}{2}}$	72,31
4 ² D—9 ² F. Alle λ um 0,014 Å erhöht					
3	4227,999	23645,20	$D_{1, \frac{1}{2}}$	$F_{2, \frac{1}{2}}$	45,19
—	—	—	$D_{1, \frac{1}{2}}$	$F_{2, \frac{1}{2}}$	45,21
,5	4227,945	23645,50	$D_{2, \frac{1}{2}}$	$F_{2, \frac{1}{2}}$	45,50
0	4227,875	23645,89	$D_{2, \frac{1}{2}}$	$F_{2, \frac{1}{2}}$	45,92
,5	4227,545	23647,74	$D_{1, \frac{1}{2}}$	$F_{3, \frac{1}{2}}$	47,61 ^{*)}
4	4227,509	23647,94	$D_{2, \frac{1}{2}}$	$F_{3, \frac{1}{2}}$	47,92
—	—	—	$D_{2, \frac{1}{2}}$	$F_{3, \frac{1}{2}}$	47,95
1	4227,420	23648,44	$D_{2, \frac{1}{2}}$	$F_{3, \frac{1}{2}}$	48,34
0	4226,918	23651,25	$D_{2, \frac{1}{2}}$	$F_{4, \frac{1}{2}}$	51,32 ^{*)}
—	—	—	$D_{2, \frac{1}{2}}$	$F_{4, \frac{1}{2}}$	51,16 ^{*)}
8	4226,827	23651,75	$D_{2, \frac{1}{2}}$	$F_{4, \frac{1}{2}}$	51,75
—	—	—	$D_{2, \frac{1}{2}}$	$F_{4, \frac{1}{2}}$	51,76
3 ² D—5 ² F. Alle λ um 0,010 Å erniedrigt					
			P.		G.
3	2638,685	37886,36	$D_{1, \frac{1}{2}}$	$F_{2, \frac{1}{2}}$	86,40
—	—	—	$D_{1, \frac{1}{2}}$	$F_{2, \frac{1}{2}}$	86,42
,5	2638,615	37887,37	$D_{2, \frac{1}{2}}$	$F_{2, \frac{1}{2}}$	87,25
0	2638,537	37888,48	$D_{2, \frac{1}{2}}$	$F_{2, \frac{1}{2}}$	88,33
4	2638,253	37892,57	$D_{2, \frac{1}{2}}$	$F_{3, \frac{1}{2}}$	92,61
—	—	—	$D_{2, \frac{1}{2}}$	$F_{3, \frac{1}{2}}$	92,64
,5	2638,172	37893,73	$D_{2, \frac{1}{2}}$	$F_{3, \frac{1}{2}}$	93,69
0	2637,761	37899,63	$D_{2, \frac{1}{2}}$	$F_{4, \frac{1}{2}}$	89,68
5	2637,686	37900,70	$D_{2, \frac{1}{2}}$	$F_{4, \frac{1}{2}}$	89,63 ^{*)}
—	—	—	$D_{2, \frac{1}{2}}$	$F_{4, \frac{1}{2}}$	00,75
			$D_{2, \frac{1}{2}}$	$F_{4, \frac{1}{2}}$	00,72

*) Verbotene Übergänge.

Der Term $5G_{j \pm 1/2}$ wird aus der Gruppe $4^1,^3F-5G$ bei 9300 ÅE bestimmt. Diese Gruppe scheint den anderen Gruppen mit nG $n > 5$ völlig kongruent (gleich in Aufspaltung und Intensitätsverhältnissen). Die genauere Berechnung ergibt aber, daß diejenigen Terme $5G_{j \pm 1/2}$, welche mit 4^1F_3 und 4^3F_4 kombinieren, etwas kleinere Zahlenwerte besitzen als die mit $4^3F_{3,3}$ kombinierten. Zum Beleg folgt hierunter die Berechnung dieser Terme: 1. neben P. mit den nach „P.“ berechneten und sodann neben G. mit den $4F$ -Werten der theoretischen Aufspaltung unter „G.“ Die Berechnung „P.“ benutzt überall die beobachteten Zahlenwerte. Die Berechnung „G.“ unterstellt die Richtigkeit der theoretischen Aufspaltungen. Ist ein Feinstrukturdublett anders beobachtet, so wird es zur Berechnung von Termwerten $5G$ umgerechnet in die theoretische Aufspaltung (Werte ν') unter Beibehaltung seines Schwerpunktes.

Tabelle 4
Berechnung der Termwerte $5G_{j \pm 1/2}$

	$4^1F_3, \nu_1 - 5G_{j-1/2}$	$4^1F_3, \nu_1 - 5G_{j+1/2}$	$4^3F_4, \nu_1 - 5G_{j-1/2}$	$4^3F_4, \nu_1 - 5G_{j+1/2}$
P. $\left\{ \begin{array}{l} \lambda \\ \nu \\ 4F \\ 5G \end{array} \right.$	$\begin{array}{r} (2)9331,979 \\ 10712,898 \\ 28392,300 \\ \hline 17679,402 \end{array}$	$\begin{array}{r} (3)9331,546 \\ 10713,404 \\ 28392,314 \\ \hline 17678,910 \end{array}$	$\begin{array}{r} (5)9290,747 \\ 10760,439 \\ 28439,834 \\ \hline 17679,395 \end{array}$	$\begin{array}{r} (6)9290,649 \\ 10760,553 \\ 28439,464 \\ \hline 17678,911 \end{array}$
G. $\left\{ \begin{array}{l} \nu' \\ 4F \\ 5G \end{array} \right.$	$\begin{array}{r} 10712,913 \\ 28392,307 \\ \hline 17679,394 \end{array}$	$\begin{array}{r} 10713,393 \\ 28392,307 \\ \hline 17678,914 \end{array}$	$\begin{array}{r} 10760,383 \\ 28439,780 \\ \hline 17679,397 \end{array}$	$\begin{array}{r} 10760,593 \\ 28439,510 \\ \hline 17678,917 \end{array}$

	$4^3F_3, \nu_1 - 5G_{j-1/2}$	$4^3F_3, \nu_1 - 5G_{j+1/2}$	$4^3F_2, \nu_1 - 5G_{j-1/2}$	$4^3F_2, \nu_1 - 5G_{j+1/2}$
P. $\left\{ \begin{array}{l} \lambda \\ \nu \\ 4F \\ 5G \end{array} \right.$	$\begin{array}{r} (2)9288,550 \\ 10762,987 \\ 28442,420 \\ \hline 17679,433 \end{array}$	$\begin{array}{r} (3)9288,145 \\ 10763,458 \\ 28442,430 \\ \hline 17678,972 \end{array}$	$\begin{array}{r} (2)9286,794 \\ 10765,023 \\ 28444,504 \\ \hline 17679,481 \end{array}$	$\begin{array}{r} (1)9286,578 \\ 10765,274 \\ 28444,287 \\ \hline 17679,013 \end{array}$
G. $\left\{ \begin{array}{l} \nu' \\ 4F \\ 5G \end{array} \right.$	$\begin{array}{r} 10763,022 \\ 28442,464 \\ \hline 17679,442 \end{array}$	$\begin{array}{r} 10763,432 \\ 28442,394 \\ \hline 17678,962 \end{array}$	$\begin{array}{r} 10765,011 \\ 28444,497 \\ \hline 17679,486 \end{array}$	$\begin{array}{r} 10765,291 \\ 28444,297 \\ \hline 17679,006 \end{array}$

Es ergeben sich hieraus folgende Termwerte $5G$:

aus	$5G_{j-1/2}$	aus	$5G_{j+1/2}$
$4^1F_3, \frac{1}{2} - 5G_{j-1/2}$	P. 17679,402	$4^1F_3, \frac{1}{2} - 5G_{j+1/2}$	P. 17678,910
	G. 79,394		G. 78,914
$4^3F_4, \frac{1}{2} - 5G_{j-1/2}$	P. 79,395	$4^3F_4, \frac{1}{2} - 5G_{j+1/2}$	P. 17678,911
	G. 79,397		G. 78,917
$5G$ angenommen:	17679,396		17678,916
$4^3F_3, \frac{1}{2} - 5G_{j-1/2}$	P. 17679,433	$4^3F_3, \frac{1}{2} - 5G_{j+1/2}$	P. 17678,972
	G. 79,442		G. 78,962
$5G$ angenommen:	17679,44		17678,96
$4^3F_2, \frac{1}{2} - 5G_{j-1/2}$	P. 17679,481	$4^3F_2, \frac{1}{2} - 5G_{j+1/2}$	P. 17679,013
	G. 79,486		G. 79,006
$5G$ angenommen:	17679,49		17679,01

Es wird hiernach angenommen, daß der Term $5G$ noch nicht völlig degeneriert ist. Die Gruppe mit $6G$, nicht so genau analysiert wie die übrigen, ist diesen innerhalb der Fehler kongruent.

Ähnlich ergibt sich der Term $5^3D_{j\pm 1/2}$, mit etwas anderen, und zwar hier mit höheren Zahlenwerten in Kombination mit 4^3P_2 und 9^3F_4 , als in Kombination mit $4P_{1,0}$ und $9^3F_{3,2}$:

Berechnung der Termwerte $5^3D_{j\pm 1/2}$:

	$5^3D_{j-1/2}$		$5^3D_{j+1/2}$
aus $4^3P_2, \frac{1}{2} - 5^3D_{j-1/2}$	19040,10	aus $4^3P_2, \frac{1}{2} - 5^3D_{j+1/2}$	19039,74
$5^3D_{j-1/2} - 9^3F_4, \frac{1}{2}$	40,10	$5^3D_{j+1/2} - 9^3F_4, \frac{1}{2}$	39,74
D	19040,10	D	19039,74
aus $4^3P_1, \frac{1}{2} - 5^3D_{j-1/2}$	19039,97	aus $4^3P_1, \frac{1}{2} - 5^3D_{j+1/2}$	19039,61
$4^3P_0, \frac{1}{2} - 5^3D_{j-1/2}$	039,99	$4^3P_0, \frac{1}{2} - 5^3D_{j+1/2}$	039,63
$5^3D_{j-1/2} - 9^3F_3, \frac{1}{2}$	039,98	$5^3D_{j+1/2} - 9^3F_3, \frac{1}{2}$	039,62
D'	19039,98	D'	19039,62

Nach den Bemerkungen S. 874 darf man erwarten, daß die Triplettdifferenzierung noch nicht völlig beseitigt ist. Die weiteren Terme n^3D $n > 5$ werden die partielle Degenerierung

beendet haben, wie die weiteren nG die vollständige. Das umgekehrte Größenverhältnis in der restlichen Verschiedenheit der Terme 5^3D ist im Einklang mit der verkehrten Lage der von einem d -Elektron herrührenden Terme in Al II und Al III, da der Term 5^3D_3 einem $5d_{5/2}$ -Elektron, diejenigen $5^3D_{2,1}$ aber einem $5d_{3/2}$ -Elektron zugeordnet sind.

Aus den in der Tab. 2 geführten verbesserten Termwerten und den Termwerten der Tab. 1 berechnet man Wellenlängen ultravioletter Linien, welche richtiger sein sollten, als die früher beobachteten.

Tabelle 5
Al II. Verbesserte Wellenlängen

	ν	λ	früher λ
4^1S-4^1P	35498,54	2816,189	2816,179
$4^3P_{2, 1/2}-7^3S_{1, 1/2}$	33028,85	3026,776	3026,762
$4^3P_{2, 1/2}-7^3S_{1, 1/2}$	28,79	3026,781	—
$4^3P_{1, 1/2}-7^3S_{1, 1/2}$	33058,10	3024,098	3024,074
$4^3P_{1, 1/2}-7^3S_{1, 1/2}$	33057,92	3024,114	—
$4^3P_{0, 1/2}-7^3S_{1, 1/2}$	33072,25	3022,804	3022,786
$4^3P_{2, 1/2}-6^3D_{j+1/2}$	33344,11	2998,158	2998,174
$4^3P_{2, 1/2}-6^3D_{j-1/2}$	33344,05	2998,163	—
$4^3P_{1, 1/2}-6^3D_{j+1/2}$	33373,36	2995,530	2995,524
$4^3P_{1, 1/2}-6^3D_{j-1/2}$	33373,18	2995,546	—
$4^3P_{0, 1/2}-6^3D_{j+1/2}$	33387,51	2994,259	2994,280
$4^3S_{1, 1/2}-5^3P_{2, 1/2}$	34447,21	2902,143	2902,08
$4^3S_{1, 1/2}-5^3P_{2, 1/2}$	34447,27	2902,138	—
$4^3S_{1, 1/2}-5^3P_{1, 1/2}$	34434,32	2903,230	2903,19
$4^3S_{1, 1/2}-5^3P_{1, 1/2}$	34434,50	2903,214	—
$4^3S_{1, 1/2}-5^3P_{0, 1/2}$	34428,53	2903,718	2903,74
$4^3P_{2, 1/2}-8^3S_{1, 1/2}$	36711,93	2723,103	2723,091
$4^3P_{2, 1/2}-8^3S_{1, 1/2}$	36711,87	2723,106	—
$4^3P_{1, 1/2}-8^3S_{1, 1/2}$	36741,18	2720,935	2720,918
$4^3P_{1, 1/2}-8^3S_{1, 1/2}$	36741,00	2720,948	—
$4^3P_{0, 1/2}-8^3S_{1, 1/2}$	36755,33	2719,887	2719,862
$4^3P_{2, 1/2}-7^3D_{j+1/2}$	36894,93	2709,595	2709,582
$4^3P_{2, 1/2}-7^3D_{j-1/2}$	36894,87	2709,598	—
$4^3P_{1, 1/2}-7^3D_{j+1/2}$	36924,18	2707,449	2707,444
$4^3P_{1, 1/2}-7^3D_{j-1/2}$	36924,00	2707,462	—
$4^3P_{0, 1/2}-7^3D_{j+1/2}$	36938,33	2706,411	2706,41

Tabelle 6. Al I. Infrarot

				Alte Mess. λ	Sonne ¹⁾ λ	
2	8923,56 ₅	11203,21	$4^2P_{3/2} - 6^2D_{5/2}$	—	23,573 (-1)	$4^2P_{3/2} = 15315,29$
1	8912,88	11216,64	$4^2P_{1/2} - 6^2D_{3/2}$	—	—	$4^2P_{1/2} = 15331,12$
3	8841,26 ₅	11307,49	$4^2P_{3/2} - 7^2S_{1/2}$	—	41,23 (-2)	$6^2D_{5/2} = 4112,08$
1	8828,91	11323,32	$4^2P_{1/2} - 7^2S_{1/2}$	—	—	$6^2D_{3/2} = 4114,48_5$
20	8773,91	11394,29	$3^2D_{3/2} - 5^2F$	8774,56 ²⁾	73,909 (0)	$7^2S_{1/2} = 4007,80$
15	8772,88	11395,63	$3^2D_{5/2} - 5^2F$	8774,72 ²⁾	72,880 (0)	$5^2F = 4449,88$
4	8075,37	12379,93	$4^2P_{3/2} - 7^2D_{5/2}$	—	—	$7^2D_{3/2} = 2935,36$
3	8065,99 ₅	12394,32	$4^2P_{1/2} - 7^2D_{3/2}$	—	—	$7^2D_{5/2} = 2936,80$
2	8003,18	12491,60	$4^2P_{3/2} - 8^2S_{1/2}$	—	—	$8^2S_{1/2} = 2823,69$
0,5	7993,05	12507,42	$4^2P_{1/2} - 8^2S_{1/2}$	—	—	
10	7836,15	12757,86	$3^2D_{3/2} - 6^2F$	7836,85 ³⁾	36,139 (0)	$6^2F = 3086,31$
9	7835,33	12759,20	$3^2D_{5/2} - 6^2F$	—	—	
0,5	7614,86	13128,60	$4^2P_{3/2} - 8^2D_{5/2}$	—	—	$8^2D_{3/2} = 2186,69^3)$
10	7362,31	13578,95	$3^2D_{3/2} - 7^2F$	—	—	$7^2F = 2265,23$
6	7361,59	13580,27	$3^2D_{5/2} - 7^2F$	—	—	
1	7335,72	13628,16	$4^2P_{3/2} - 9^2D_{5/2}$	—	—	$9^2D_{3/2} = 1687,13^3)$
0	7327,51	13643,44	$4^2P_{1/2} - 9^2D_{3/2}$	—	—	$9^2D_{5/2} = 1687,68^3)$
6	6698,63 ₅	14924,29	$4^2S_{3/2} - 5^2P_{1/2}$	6698,65 ⁴⁾	—	$5^2P_{3/2} = 8008,98$
7	6695,97	14930,23	$4^2S_{1/2} - 5^2P_{3/2}$	6695,98 ⁴⁾	—	$5^2P_{1/2} = 8003,04$

Mit den verbesserten Termwerten ergeben sich folgende Verbesserungen der Wellenlängen ultraroter oder ultravioletter Linien:

Tabelle 7. Al I. Verbesserte Wellenlängen

	ν ber.	λ_L ÅE ber.	λ_L beob. ⁵⁾	Beob. Fehler
$4^2P_{3/2} - 5^2S$	4723,65	21164,28	21165,4	1,3
$4^2P_{1/2} - 5^2S$	4739,48	21093,59	21097,3	2,5
$4^2P_{3/2} - 4^2D_{5/2}$	5963,75	16763,39	—	—
$4^2P_{1/2} - 4^2D_{3/2}$	5968,29	16750,64	16751,5	1

1) Revision of Rowlands Preliminary Table of Solar Spectrum wave lengths. Carnegie Institution of Washington 1928.

2) $4P-9D$ stärker als $-8D$ infolge selektiver Plattensensibilisierung.

3) K. W. Meissner, Ann. d. Phys. **50**. S. 726. 1916.

4) F. Paschen, Ann. d. Phys. **29**. S. 642. 1909 reduziert auf intr. Ängström-Einheiten.

5) Die auf Rowlands Skale bezogenen ultraroten λ von F. Paschen (Ann. d. Phys. **29**. S. 642. 1909) reduziert auf intr. ÅE durch Faktor $\frac{5875,618}{5875,870} = 0,999957$ oder verkleinert um $4,3 \times 10^{-5}$.

Tabelle 7 (Fortsetzung)

	ν ber.	λ_L ÅE ber.	λ_L beob. ¹⁾	Beob. Fehler
$4^2P_{1/2} - 4^2D_{3/2}$	5979,58	16719,02	16719,8	1
$4^2S - 4^2P_{1/2}$	7617,98	13123,24	13124,8	1,5
$4^2S - 4^2P_{3/2}$	7602,15	13150,58	13151,1	1,5
$3^2D_{3/2, 5/2} - 4^2F$	8882,1	11255,5 ²⁾	11255,0	1
$3^2P_{1/2} - 6^2D_{3/2}$	44054,44	2269,217	2269,220	P. ³⁾
$3^2P_{3/2} - 6^2D_{3/2}$	44056,84	2269,093	2269,096	P.
$3^2P_{3/2} - 6^2D_{5/2}$	44166,48	2263,461	2263,462	P.
$3^2P_{1/2} - 7^2S$	44161,12	2263,734	2263,731	Gr. ⁴⁾
$3^2P_{3/2} - 7^2S$	44273,16	2258,006	2257,999	Gr.
$3^2P_{3/2} - 7^2D_{3/2}$	45232,12	2210,130	—	
$3^2P_{3/2} - 7^2D_{5/2}$	45233,56	2210,059	2210,046	Gr.
$3^2P_{3/2} - 7^2D_{7/2}$	45344,16	2204,668	2204,66	P.
$3^2P_{3/2} - 8^2D_{3/2}$	45982,23	2174,071	2174,028	Gr.
$3^2P_{3/2} - 9^2D_{3/2}$	46481,79	2150,703	2150,59	Gr.
$3^2P_{3/2} - 9^2D_{5/2}$	46593,28	2145,556	2145,39	Gr.

Die 3 Glieder $n = 5, 6, 7$ von $3^2D - n^2F$ ermöglichen eine genauere Bestimmung der Termwerte als bisher (Dunz aus $3^2P - n^2S$). Sie folgen der Formel

$$n^* = n - 0,047369 + \frac{0,0712}{n},$$

wenn ihre Zahlenwerte um $1,8 \text{ cm}^{-1}$ erniedrigt werden.

$n =$	4	5	6	7
$nF - 1,8$	6960,42	4448,08	3084,51	2263,43
n^* beob.	3,97054	4,96684	5,96450	6,96279
n^* ber.	3,97043	4,96687	5,96450	6,96280

$n = 4$ aus bolom. Messungen vgl. Tab. 7.

Hiernach sind alle Termwerte von AlI (F. Paschen³⁾ um $1,8 \text{ cm}^{-1}$ zu erniedrigen. Oben sind überall die nicht erniedrigten Werte geführt. Der Grundterm ist also:

	richtig	bisher
$3^2P_{1/2}$. . .	48279,16	48280,96
$3^2P_{3/2}$. . .	48167,12	48168,92

1) Vgl. Fußnote 5) S. 886.

2) λ wahrscheinlich zu hoch. Aus λ beobachtet: $4^2F = 6962,22$.

3) P. = F. Paschen, Ann. d. Phys. [5] 12. S. 517. 1932.

4) Gr. = R. Grünter, Ztschr. f. wiss. Photogr. 13. S. 1. 1914.

Helium II

	λ_L	ν		ν ber.	Gew.
2u	10123,63	9875,17	$4_{7/2}-5_{5/2}$	75,066	35
			$4_{5/2}-5_{7/2}$	75,149	43
			$4_{3/2}-5_{3/2}$	75,340	20
			$4_{1/2}-5_{1/2}$	75,962	7
			$4_{1/2}-5_{1/2}$	75,588	1
					Mittel 9875,16

Die hier gefundene Linie entspricht dem Übergange des Elektrons von $n=5$ auf $n=4$. Die Berechnung für die verschiedenen Werte j (Indizes) geschah nach Sommerfeld und ihre Wertung nach Sommerfeld und Unsöld.¹⁾ Die schwache unscharfe Linie wird den drei stärksten Komponenten entsprechen, deren Auflösung bei der Schwäche der Linie und bei der Grobkörnigkeit der Platte nicht erwartet werden konnte.

Die Messung geschah gegen Fe 3440,991 und 3440,612 ÅE III. Ordnung und gegen He 5015,677 und 5047,735 II. Ordnung. Auf derselben Platte wurde die Hg-Linie zu 10139,79 ÅE gemessen (frühere bolom. Mess. reduziert auf intrn. ÅE 10139,72).

Helium I

W. F. Meggers und G. H. Dieke²⁾ haben das Geissler-röhren-Spektrum des Heliums im Infrarot gemessen, in welchem die Intensitäten andere und zum Beispiel die Serien $3^1D - n^1F$ besonders stark sind. Ihre Werte der Wellenlängen werden unter M. angegeben. Die aus den infraroten Linien abgeleiteten verbesserten Termwerte führen zu einer Verbesserung von ultravioletten Wellenlängen, welche in Tab. 8b gegeben werden.

Die Aufspaltung des Termes 3^3P ist von Gibbs und Kruger³⁾ interferometrisch an der Linie $2^3S - 3^3P$ 3888 ÅE gemessen:

Int.	$\Delta \lambda$ ÅE	$\Delta \nu$ cm ⁻¹	
10	0	0	$2^3S - 3^3P_2$
7	-0,0247	0,165	$2^3S - 3^3P_1$
3	-0,0545	0,357	$2^3S - 3^3P_0$

1) A. Sommerfeld u. A. Unsöld, *Ztschr. f. Phys.* **38**. S. 237. 1926; vgl. auch F. Paschen, *Sitz.-Ber. Berl. Akad.* **30**. S. 1. 1929.

2) W. F. Meggers u. G. H. Dieke, *Journ. of Res. Bur. of Stand.* **9**. S. 123. 1932.

3) R. C. Gibbs u. P. G. Kruger, *Phys. Rev.* **37**. S. 1559. 1931.

Tabelle 8a
Helium I. Infrarot

Int.	λ	ν		λM	
3	10311,18	9695,55	$3^3P_2-6^3D$	311,32 (40)	Mit $6^3D = 3050,58$ (aus 3819,606, Merrill)
1	10311,37	9695,37	$3^3P_1-6^3D$	138,5 (10)	ber: $3^3P_2 = 12746,13$, $3^3P_1 = 12745,95$
,5	10138,50	9860,69	$3^1P_1-6^1D_2$	027,73 (40)	ν ber. 9860,69
,5	10027,73	9969,61	3^3D-7^3F	702,66 (10)	ν ber.
,5	9702,65	10303,64	$3^3P_3-7^3S$	603,50 (6)	303,66 } mit $7^3S = 2442,47$?
			$3^3P_1-7^3S$	516,70 (30)	303,48 } ν ber. 410,11
1	9603,44	10410,07	3^1S-6^1P	463,66 (60)	$7^3D = 2240,96$
1	9516,51	10505,16	$3^3P_2-7^3D$	063,40 (6)	gibt mit $5^3P = 4509,93$ (aus 2945,104) $3^3S = 15073,87$
,5	9516,66	10505,00	$3^3P_1-7^3D$	914,7 (2)	030,55 } ν ber.
7	9463,57	10563,94	3^3S-5^3P	—	030,37 } ν ber.
,2	9063,42	11030,35	$3^3P_2-8^3D$	361,7 (3)	390,73 } ν ber.
			$3^3P_1-8^3D$	—	390,55 } ν ber.
,5	8914,74	11214,30	3^1S-7^1P	7^3P = 2283,38	
,2	8776,822	11390,51	$3^3P_2-9^3D$		
			$3^3P_1-9^3D$		
4	8361,77	11955,90	3^3S-6^3P		
4	7816,16	12790,49	3^3S-7^3P		

Tabelle 8b
Helium I. Verbesserte Wellenlängen

	ν ber.	λ L. ber.	λ beob.	
$2^3S-3^3P_2$	25708,55	3888,656	3888,646	Merrill
$2^3S-3^3P_1$	25708,73	3888,629	88,649	Paschen
$2^3P_2-7^3S_1$	26781,40	3732,875	3732,861	} P.
$2^3P_1-7^3S_1$	26780,38	3733,016	3732,987	
$2^3P_2-7^3D$	26982,91	3704,997	3705,004	} P.
$2^3P_1-7^3D$	26981,89	3705,137	3705,140	
$2^3P_2-3^3S$	14150,00	7065,190	7065,188	} Merrill 65,200 65,719 } P.
$2^3P_1-3^3S$	14148,98	7065,695		
2^3S-6^3P	35336,71	2829,086	2829,073	P.
2^3S-7^3P	36171,30	2763,806	2763,800	P.

Die an den infraroten Linien 3^3P-6^3D 10311 ÅE und 3^3P-7^3D 9516 ÅE gefundene Aufspaltung von 0,18 bzw. 0,16 cm^{-1} entspricht nach Größe und Richtung derjenigen der zwei stärkeren Komponenten $3^3P_2-3^3P_1$. Die dritte schwache Komponente konnte bei den schwachen Linien nicht erwartet werden. Auch 3888 in III. und IV. Gitterordnung des Tübinger Gitters zeigt wohl die Aufspaltung der starken, aber nichts Deutliches von einer schwächeren dritten Komponenten, welche hier wohl durch Unschärfe verloren geht.

Das Resultat von Gibbs und Kruger ist im Einklang mit Landés Regel. Nach dieser folgt aus $\Delta 2^3P^1 = 1,063 \text{ cm}^{-1}$ für $\Delta 3^3P = \Delta 2^3P \left(\frac{n^* 2^3P}{n^* 3^3P} \right)^3$:

$$1,063 \times \left(\frac{1,93767}{2,93400} \right)^3 = 0,306 \text{ cm}^{-1}.$$

Zn II
Tabelle 9

Int.	ν ber.	λ ber.		ν ber.	λ Salis
1	9950,64	10046,85	$4^3F_{7/2}-5^3G_{7/2}$	—	—
1,5	9950,11	10047,38	$4^3F_{7/2}-5^3G_{9/2}$	—	—
8	7757,86	12886,61	$5^3P_{3/2}-6^3S$	86,43	57,97
10	7732,50	12928,87	$5^3S-5^3P_{1/2}$	29,04	32,63
6	7612,90	13131,99	$5^3P_{1/2}-6^3S$	31,51	13,02
10	7588,48	13174,25	$5^3S-5^3P_{3/2}$	74,12	88,61
10	7478,79	13367,46	$4^3P_{1/2}-4^3D_{3/2}$	67,50	78,77
5	6483,27	15420,05	$4^3F_{7/2}-6^3G$	} —	82,98
8	6483,01	15420,69	$4^3F_{7/2}-6^3G$		

1) G. Hansen, Nature 119. S. 237. 1927; W. V. Houston, Proc. Nat. Acad. Amer. 13. S. 91. 1927.

Tabelle 9 (Fortsetzung)

Int.	ν ber.	λ ber.		ν ber.	λ Salis
8	6214,58	16086,74	$4^1P_{1/2} - 2^1D_{3/2}$	86,56	14,85
8	6111,55	16357,93	$5^1P_{1/2} - 5^1D_{3/2}$	57,91	11,56
10	6102,53	16382,13	$5^1P_{3/2} - 5^1D_{5/2}$	82,11	02,54
10	6021,25	16603,24	$5^1P_{3/2} - 5^1D_{5/2}$	02,99	21,26

Wenn 6 G nicht mehr doppelt ist, folgt:

$$\begin{aligned}
 4^1F_{7/2} &= 27627,34 & 5^1G_{7/2} &= 17580,49 \\
 &- 0,63 & &- 0,10 & 6^1G &= 12207,29 \\
 4^1F_{7/2} &= 27627,97 & 5^1G_{9/2} &= 17580,59
 \end{aligned}$$

ν ber. nach den Termen G. v. Salis (Ann. d. Phys. 76. S. 145. 1925).

Zn I

Int.	λ	ν		ν ber.	λ Paschen ¹⁾
,5	10115,34	9883,26	$5^1P_2 - 6^1D$	83,2	—
(5)	7799,40	12817,97	$5^1S - 6^1P$	18,1	99,28
(1)	6938,32	14408,74	$5^1S - 6^1P_2$	08,4	38,43
(5)	6928,33	14429,52	$5^1S - 6^1P_2$	29,5	28,28
(5)	6479,16	15429,84	$5^1S - 7^1P$	29,6	79,09
(7)	6471,07	15449,14	?	—	70,91

ν ber. nach den Termen in A. Fowlers Report.

Auf den Platten wurden gemessen:

Tabelle 10
Linien bekannten Ursprunges

Int.	λ	ν		
,5	9257,43	10799,17	Mg I	$3^1D - 5^1F \ 5^1F = 4466,83?$
,5	8806,76	11351,79	Mg I	Sonne ²⁾ 8806,776 (4)
2	8446,78	11835,58	O I	M. ³⁾ 8446,78 Sonne ²⁾ 46,728 (-1) Sonne ²⁾ 46,76
4	8446,38	11836,13	O I	8446,38 46,350 (0) 46,36
1	8435,65	11851,19	Ti I	8435,64 Sonne ²⁾ 35,654 (1)
,5	8435,02	11852,07	Ti I	8434,89 34,966 (1)
,5	8426,50	11864,06	Ti I	8426,46 26,514 (0)
5	7775,40	12857,54	O I	M. ³⁾ 7775,42 Sonne ²⁾ 75,394 (1) Sonne ²⁾ 75,42
7	7774,19	12859,55	O I	7774,19 74,177 (2) 74,20
9	7771,96	12863,23	O I	7771,98 71,954 (2) 71,97

1) Reduziert auf intrn. ÅE.

2) Revision of Rowlands Preliminary Table of Solar Spectrum Wave-lengths. Carnegie Institution of Washington 1928.

3) K. W. Meissner, Physik. Ztschr. 15. S. 1. 1914; Nachweis von 8446 in der Sonne mit Reproduktion des betr. Sonnenspektrums.

Linien unbekannten Ursprunges

Int.	λ	ν	
2	9784,88 ^{*)}	10217,05	
,5	9341,86	10701,57	
,5	9297,08	10753,12	
,5	8764,52	11406,50	
,5	7867,95	12706,29	
1	7834,71 ^{*)}	12760,20	
,5	7831,76	12765,00	
,5	7825,65	12774,98	
1	7807,67 ^{*)}	12804,39	
,5	7741,13	12914,46	
,5	6879,27	14532,42	Sonne ¹⁾ 79,278 (– 3)
7	6920,36 ^{*)}	14446,14	
2	6474,46 ^{*)}	15441,05	
3	6461,39 ^{*)}	15472,27	
5	5987,55 ^{*)}	16696,69	Sonne ¹⁾ 87,558 (– 3)
6	5976,15 ^{*)}	16728,54	„ 76,171 (– 3)

^{*)} Wohl Linien von Al I oder Al II, da sie bei ihrer Stärke sonst bekannt sein sollten.

Die Versuche sind nach gemeinsamem Plane von Herrn Dr. Ritschl im Präsidentenlaboratorium der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt ausgeführt. Für die Messung der Platten und die Diskussion der Ergebnisse ist F. Paschen verantwortlich.

1) a. a. O.

Berlin.

(Eingegangen 29. September 1933)

**Über die entfernten Raumwellen eines vertikalen
Dipolsenders oberhalb einer ebenen Erde von
beliebiger Dielektrizitätskonstante und beliebiger
Leitfähigkeit**

Von K. F. Niessen

(Naturkundig Laboratorium der N. V. Philips' Gloeilampenfabrieken
Eindhoven/Holland)

(Mit 3 Figuren)

In einer früheren Arbeit¹⁾ haben van der Pol und Verf. die Raumwellen betrachtet, die von einem Dipolsender emittiert werden, der unmittelbar auf einer ebenen Erde stand, deren Dielektrizitätskonstante und Leitfähigkeit so angenommen war, daß bei der benutzten Wellenlänge der Maxwellsche Verschiebungsstrom gegen den Leitungsstrom zu vernachlässigen war.

Jetzt wollen wir das Verhältnis dieser Konstanten beliebig lassen, was für das Studium der Fortpflanzung kurzer Wellen notwendig ist. Speziell wird uns das Verhalten in Entfernungen groß gegen die Wellenlänge interessieren, wo annäherungsweise die optische Reflexionsformel zu gelten hat (Weyl und Eckersley).

Wir werden diese Formel in einer physikalisch durchsichtigen Weise ableiten, welche uns zugleich gestattet, ihr Gültigkeitsgebiet anzugeben.

Das Gültigkeitsgebiet der Reflexionsformel war schon früher von uns (a. a. O.) für den Fall einer sehr gut leitenden Erde untersucht worden und zwar für alle Elevationswinkel φ (Winkel zwischen Beobachtungsrichtung und Horizont), denn die damals abgeleitete Formel für die Hertzsche Funktion galt für jeden Winkel φ zwischen 0 und $\pi/2$.

Jetzt wollen wir das damalige Resultat ergänzen für den Fall einer Erde mit beliebigen Konstanten, aber nur unter Be-

1) Balth. van der Pol und K. F. Niessen, Ann. d. Phys. [5] 10. S. 485, 1931.

trachtung nicht zu kleiner Elevationswinkel, ein Problem, womit sich Weyl¹⁾ schon beschäftigt hat.

Während Weyl die Reflexionsformel und ihr Gültigkeitsgebiet ableitet unter Gebrauch von Strahlen mit komplexen Einfallswinkeln, worüber zu integrieren ist (was mir mathematisch sehr elegant, aber physikalisch weniger durchsichtig scheint), möchten wir dasselbe erreichen durch eine gewöhnliche Integration über die Erdoberfläche, deren sämtliche Punkte die Hertzsche Funktion in der Luft in einer Weise bestimmen werden, die an das Huygenssche Prinzip erinnert, wo die Sekundärwellen aus den Punkten einer Wellenfront die Lichterregung in einem ferner gelegenen Punkt erwecken.

Die Formel, die diesen Zusammenhang ausdrückt (Formel [7]) war ursprünglich von van der Pol durch Transformation von Ausdrücken mit Besselfunktionen gefunden und hat es ihm auch ermöglicht, die Reflexionsformel durch eine analytische Annäherung abzuleiten.

Die hier gegebene Ableitung ist auf dem Greenschen Integraltheorem basiert und die Annäherungen, die zur Reflexionsformel führen, sind in der vorliegenden Arbeit mehr geometrischer als analytischer Art und erlauben auch das Gültigkeitsgebiet der Reflexionsformel anzugeben.

Weiter wird, wie bei van der Pol²⁾, eine strenge Lösung des Sommerfeldproblems³⁾ benutzt und zwar in der von van der Pol und Verf. angegebenen Form ohne Besselfunktionen.⁴⁾

§ 1. Ableitung der Reflexionsformel

Wenn der Sender sich oberhalb der Erdebene f_1 (Fig. 1) in einem Punkte S befindet und wir die Hertzsche Vektorfunktion in einem Aufpunkt P berechnen wollen, schlagen wir zwei kleine Kugeln f_2 und f_3 um P bzw. S und betrachten den außerhalb dieser Kugeln gelegenen Luftraum, der also von f_1 , f_2 und f_3 umschlossen und in Fig. 1 nicht schraffiert ist.

1) H. Weyl, *Ann. d. Phys.* 60. S. 481. 1919.

2) Vgl. eine später zu erscheinende Arbeit.

3) A. Sommerfeld, *Ann. d. Phys.* 28. S. 655. 1909 und 81. S. 1135. 1926.

4) Balth. van der Pol und K. F. Niessen, *Ann. d. Phys.* [5] 6. S. 273. 1930; Balth. van der Pol, *Ztschr. f. Hochfrequenz-Techn.* 37. S. 152. 1931; K. F. Niessen, *Ann. d. Phys.* [5] 16. S. 810. 1933; vgl. auch L. H. Thomas, *Proc. Cambr. Phil. Soc.* 26. S. 123. 1930 und V. Fock, *Ann. d. Phys.* 17. S. 401. 1933.

In der Luft mit einer Dielektrizitätskonstante ϵ_1 und einer Leitfähigkeit σ_1 genügt die Hertzsche Funktion Π (für eine Wellenbewegung mit der Winkelfrequenz ω) der Differentialgleichung

$$(1) \quad \Delta \Pi + k_1^2 \Pi = 0$$

mit

$$k_1^2 = \frac{\epsilon_1 \omega^2 + j \omega \sigma_1}{c^2}$$

$$(c = \text{Lichtgeschwindigkeit, } j = \sqrt{-1}).$$

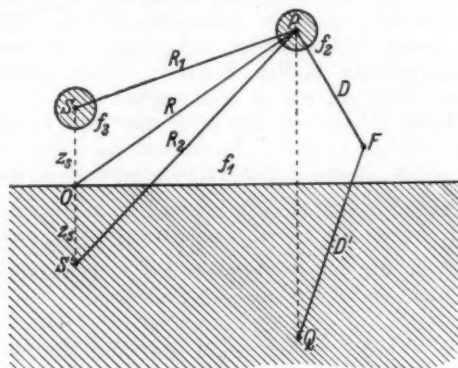


Fig. 1

Im nicht schraffierten Gebiet wollen wir die Greensche Formel

$$\int (u \Delta v - v \Delta u) dV = \int \left(u \frac{\partial v}{\partial n} - v \frac{\partial u}{\partial n} \right) df$$

anwenden, wo dV ein Volumenelement und df ein Begrenzungs-element des betrachteten Raumes ist (n ist die äußere Normale und heißt n_1, n_2, n_3 für die Oberflächen f_1, f_2, f_3).

Wählt man für u irgendeine Lösung der Differentialgleichung

$$(2) \quad \Delta u + k_1^2 u = 0,$$

die im betrachteten Gebiet keine Singularitäten besitzen darf und wählt man für v die gesuchte Vektorfunktion Π , von der wir wissen, daß sie (1) zu genügen hat und deren

singuläre Stelle gerade von f_3 ausgeschlossen wurde, so ergibt sich in bekannter Weise:

$$(3) \quad \int \left(u \frac{\partial \Pi}{\partial n} - \Pi \frac{\partial u}{\partial n} \right) df = 0.$$

Für u wählen wir, wie Sommerfeld¹⁾ in einem analogen Problem:

$$u = \frac{e^{j k_1 D}}{D} - \frac{e^{j k_1 D'}}{D'},$$

wo D und D' die Abstände eines beweglichen Laufpunktes F zu dem nun als fest gedachten Punkte P und dessen Bildpunkt Q (in bezug auf die Erdoberfläche) darstellen. Diese Funktion genügt (2), weil das für jeden Term der Fall ist und ihre singulären Stellen P und Q fallen außerhalb des betrachteten Gebietes, wie es sein mußte.

Das linke Glied von (3) wird aus drei Integralen bestehen, die von f_1 , f_2 und f_3 herrühren, da u im Unendlichen des Luftraumes stark genug verschwindet, um dort keinen Beitrag zu (3) mehr zu geben.

Auf f_1 haben wir $D = D'$, also $u = 0$, aber nicht $\frac{\partial u}{\partial n_1} = 0$. Nennen wir \hat{z}_1 die innere Normale auf f_1 (also vertikal nach oben gerichtet), so ist $dn_1 = -d\hat{z}_1$, also:

$$\begin{aligned} u \frac{\partial \Pi}{\partial n_1} - \Pi \frac{\partial u}{\partial n_1} &= 0 + \Pi \frac{\partial}{\partial \hat{z}_1} \left(\frac{e^{j k_1 D}}{D} - \frac{e^{j k_1 D'}}{D'} \right) \\ &= 2 \Pi \frac{\partial}{\partial \hat{z}_1} \left(\frac{e^{j k_1 D}}{D} \right). \end{aligned}$$

Letzteres wegen $D = D'$ und $\frac{\partial D'}{\partial \hat{z}_1} = -\frac{\partial D}{\partial \hat{z}_1}$ auf f_1 .

Das von f_1 herrührende Integral ergibt also:

$$(4) \quad \int \left(u \frac{\partial \Pi}{\partial n_1} - \Pi \frac{\partial u}{\partial n_1} \right) df_1 = 2 \int \Pi_{f_1} \frac{\partial}{\partial \hat{z}_1} \left(\frac{e^{j k_1 D}}{D} \right) d \dots$$

Auf f_2 haben wir im Grenzfall einer verschwindend kleinen Kugel:

$$\begin{aligned} u \frac{\partial \Pi}{\partial n_2} - \Pi \frac{\partial u}{\partial n_2} &= \left[\left(\frac{e^{j k_1 D}}{D} - \frac{e^{j k_1 \overline{PQ}}}{\overline{PQ}} \right) \frac{\partial \Pi}{\partial D} \right]_{D=0} \\ &\quad - \Pi_P \left[\frac{\partial}{\partial D} \left(\frac{e^{j k_1 D}}{D} - \frac{e^{j k_1 \overline{PQ}}}{\overline{PQ}} \right) \right]_{D=0} \\ &= -\Pi_P \left[\frac{e^{j k_1 D}}{D^2} \right]_{D=0}, \end{aligned}$$

1) Riemann-Weber, 7. Aufl., 1927, II, S. 478.

wenn wir den Term höchster Ordnung, den $(\frac{1}{D^2})$ beibehalten. Das von f_2 herrührende Integral gibt also:

$$(5) \quad \left\{ \int \left(u \frac{\partial \Pi}{\partial n_2} - \Pi \frac{\partial u}{\partial n_2} \right) df_2 = -4\pi \Pi_P \left[D^2 \frac{e^{j k_1 D}}{D^3} \right]_{D=0} \right. \\ \left. = -4\pi \Pi_P \right.$$

Auf f_3 haben wir bei verschwindend kleinem Radius ϱ_3 der Kugel:

$$u \frac{\partial \Pi}{\partial n_3} - \Pi \frac{\partial u}{\partial n_3} = \left(\frac{e^{j k_1 \overline{PS}}}{PS} - \frac{e^{j k_1 \overline{QS}}}{QS} \right) \left(-\frac{\partial \Pi}{\partial \varrho_3} \right)_{\varrho_3=0} \\ - \left[\Pi \frac{\partial}{\partial \varrho_3} \left(\frac{e^{j k_1 D}}{D} - \frac{e^{j k_1 D'}}{D'} \right) \right]_{\varrho_3=0} \\ = - \left(\frac{e^{j k_1 R_1}}{R_1} - \frac{e^{j k_1 R_2}}{R_2} \right) \left(\frac{\partial \Pi}{\partial \varrho_3} \right)_{\varrho_3=0}.$$

Hierbei wurde der Term mit Π in bezug auf den mit $\frac{\partial \Pi}{\partial \varrho_3}$ vernachlässigt, weil Π in der Gegend des Senders, also bei $\varrho_3 = 0$ sich verhält wie $\frac{M}{\varrho_3}$ und $\frac{\partial \Pi}{\partial \varrho_3}$ wie $\frac{-M}{\varrho_3^2}$, wenn M das Moment des Dipols angibt. Überdies führten wir

$$R_1 = \overline{PS}$$

als Abstand vom Aufpunkt zum Sender, und

$$R_2 = \overline{PS'} = \overline{QS}$$

als Abstand vom Aufpunkt zum Bildpunkt S' des Senders ein. Das von f_3 herrührende Integral gibt also:

$$(6) \quad \int \left(u \frac{\partial \Pi}{\partial n_3} - \Pi \frac{\partial u}{\partial n_3} \right) df_3 = - \left(\frac{e^{j k_1 R_1}}{R_1} - \frac{e^{j k_1 R_2}}{R_2} \right) 4\pi \varrho_3^2 \cdot \frac{-M}{\varrho_3^3}.$$

Werden die drei Beiträge (4), (5) und (6) summiert, so findet man das linke Glied von (3) und aus dieser Gleichung also:

$$(7) \quad \Pi_P = M \frac{e^{j k_1 R_1}}{R_1} - M \frac{e^{j k_1 R_2}}{R_2} + \frac{1}{2\pi} \int \Pi_{f_1} \frac{\partial}{\partial n_1} \left(\frac{e^{j k_1 D}}{D} \right) df_1$$

oder in einer für uns besser geeigneten Form:

$$(7a) \quad \Pi_P = M \frac{e^{j k_1 R_1}}{R_1} + M \frac{e^{j k_1 R_2}}{R_2} F.$$

mit:

$$(8) \quad F = -1 + \frac{1}{2\pi} \int \frac{\Pi_{f_1}}{M} \frac{\partial}{\partial n_1} \left(\frac{e^{j k_1 (D-R_2)}}{D} \right) df_1.$$

Die Wirkung läßt sich also mit einer Art Huygensprinzip beschreiben, wozu wir nur Beiträge von Elementen der Erdoberfläche zu betrachten haben.

Wäre der Sender unmittelbar auf der Erdoberfläche angenommen, so könnten wir in erster Näherung $R_2:D = 1$ setzen. Da wir aber die Höhe z_s des Senders oberhalb der Erde bis jetzt noch beliebig angenommen haben, ist die Annahme $R_2:D = 1$ zu einer ersten Näherung nicht gestattet.

Es ist aber leicht, den Fall $z_s > 0$ auf den Sonderfall $z_s = 0$ zurückzuführen.

Letzterer wurde bekanntlich von Sommerfeld (a. a. O.) gelöst. In Sommerfelds mathematischer Formulierung tritt

eine „primäre“ Strahlung $\left(\frac{e^{j k_1 R}}{R}\right)$ nur in der Luft auf, während überdies noch eine „sekundäre“ Strahlung in beide Medien eindringt. Da letztere im Falle einer unendlich gut leitenden Erde verschwindet, kann sie auch als „korrigierende“ Strahlung bezeichnet werden, die dem Umstand Rechnung trägt, daß die Erde noch nicht als ein idealer Spiegel aufgefaßt werden konnte. Sommerfelds primäre Strahlung $\left(\frac{e^{j k_1 R}}{R}\right)$

kann interpretiert werden als eine direkte Strahlung $\left(\frac{1}{2} \frac{e^{j k_1 R}}{R}\right)$ eines Senders mit Moment $\frac{1}{2}$ in einer verschwindend kleinen Höhe, oberhalb der Erdoberfläche gelegen und für die andere Hälfte als eine reflektierte Strahlung $\left(\frac{1}{2} \frac{e^{j k_1 R}}{R}\right)$, scheinbar ausgehend von einem Bildpunkt in verschwindend kleiner Tiefe unterhalb der Erdoberfläche, wie das dem Fall einer unendlich gut leitenden Erde entsprechen würde.

In unserem Falle eines Dipols mit Moment M in einer Höhe $z_s > 0$ oberhalb der Erde, zerlegen wir die Strahlung in der Luft in einen Teil

$$M \frac{e^{j k_1 R_1}}{R_1} + M \frac{e^{j k_1 R_2}}{R_2},$$

der der Sommerfeldschen „primären“ Strahlung entspricht (und von dem der erste Term direkt vom Sender und der zweite Term von dessen Bildpunkt in gleicher Stärke wie bei einem idealen Spiegel herrührt) und in einen zweiten Teil, der der Sommerfeldschen „sekundären“ oder „korrigierenden“ Strahlung entspricht und ähnlich wie diese in Zylinderkoordinaten r, z aufgebaut wird.

Das Sommerfeldsche Anschlußverfahren gibt dann für II einen Ausdruck, worin ein Integral mit der Besselfunktion J_0

auftritt. Da $\frac{e^{j k_1 R_1}}{R_1}$ sich auch in solch einem Integral ausdrücken läßt, kann noch die Formel für Π transformiert werden in:

$$\Pi(r, \beta) = M \frac{e^{j k_1 R_1}}{R_1} - M \frac{e^{j k_1 R_2}}{R_2} + 2 M k_2^2 \int_0^\infty \frac{J_0(l r) e^{-V^2 - k_1^2 (\beta + z_0)} l dl}{k_1^2 \sqrt{l^2 - k_2^2} + k_2^2 \sqrt{l^2 - k_1^2}},$$

wo k_2^2 das Analogon von k_1^2 ist.

Wäre $z_0 = 0$, so hätte man $R_1 = R_2 = R$ und deshalb für Π (jetzt von einem Index 0 versehen, um den Fall $z_0 = 0$ anzugeben)

$$\Pi^0(r, \beta) = 2 M k_2^2 \int_0^\infty \frac{J_0(l r) e^{-V^2 - k_1^2 \beta} l dl}{k_1^2 \sqrt{l^2 - k_2^2} + k_2^2 \sqrt{l^2 - k_1^2}}.$$

Die Funktionen $\Pi(r, \beta)$ und $\Pi^0(r, \beta)$ in den Fällen $z_0 > 0$ bzw. $z_0 = 0$ sind also miteinander verknüpft durch:

$$(9) \quad \Pi(r, \beta) = M \frac{e^{j k_1 R_1}}{R_1} - M \frac{e^{j k_1 R_2}}{R_2} + \Pi^0(r, \beta + z_0).$$

Vorläufig betrachten wir nun den Fall $z_0 = 0$ und studieren die hiezugehörige Funktion $\Pi^0(r, \beta)$, deren zweites Argument später um z_0 zu vergrößern sein wird, um zum Falle $z_0 > 0$ zu gelangen.

Im Falle $z_0 = 0$ (Sender auf der Erde) haben wir

$$R_1 = R_2 = R$$

und nach (7a) und (8)

$$(10) \quad \Pi^0 = M \frac{e^{j k_1 R}}{R} + M \frac{e^{j k_1 R}}{R} F^0$$

mit¹⁾:

$$(11) \quad F^0 = -1 + \frac{1}{2\pi} \int \frac{\Pi_1^0}{M} \frac{\partial}{\partial \beta_1} \left(e^{j k_1 (D-R)} \frac{R}{D} \right) df_1.$$

Zur Ausführung der Differentiation nach β_1 müssen wir $R - D$ bestimmen für Punkte x_1, y_1, β_1 in der Gegend von f_1 und nach der Differentiation nach β_1 hierin $\beta_1 = 0$ nehmen.

Da wir die mehr entfernten Raumwellen des Senders untersuchen wollen, nehmen wir den Abstand R groß an in bezug auf die Wellenlänge. Aus optischen Analogien wissen wir, daß vor allem die Wirkung der nächsten Umgebung des Senders bei der Fortpflanzung der Wellenbewegung ausschlaggebend ist.

1) Der Index 0 bei F^0 weist wiederum auf den Fall $z_0 = 0$ hin.

Das führt uns dazu, zur ersten Näherung alle Verbindungslinien von Punkten x_1, y_1, z_1 (in der Gegend von f_1) mit dem Aufpunkt P als parallel zu betrachten und [wenigstens im Faktor R/D in (11)] einander gleich zu setzen:

$$(12) \quad \frac{R}{D} = 1.$$

Im Exponenten der e -Potenz ist es aber nicht erlaubt $D = R$ zu setzen, weil hier eine Änderung von $D - R$ von der Ordnung einer Wellenlänge λ den Wert der e -Potenz um ein vielfaches ändern kann, da $|k_1| \sim \frac{2\pi}{\lambda}$.¹⁾

Hier müssen wir also einen besseren Wert für $R - D$ benutzen. Dazu bringen wir in Fig. 2 eine Ebene durch den

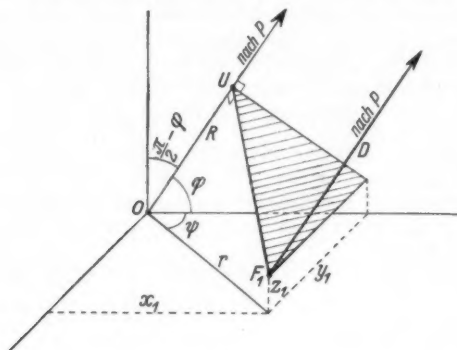


Fig. 2

Punkt $F_1(x_1, y_1, z_1)$ senkrecht auf $OP (= R)$ an und nehmen annähernd:

$$(13) \quad R - D = \overline{OU} = x_1 \cos \varphi + z_1 \sin \varphi,$$

wo $\frac{\pi}{2} - \varphi$ der Winkel zwischen OP und der z -Achse, also φ der Elevationswinkel ist.

Mittels (12) und (13) bekommen wir dann die Näherung:

$$(14) \quad \left[\frac{\partial}{\partial \beta_1} \left(e^{j k_1 (D-R)} \frac{R}{D} \right) \right]_{\beta_1=0} = -j k_1 \sin \varphi e^{-j k_1 x_1 \cos \varphi}$$

$$1) \quad k_1 = \frac{2\pi}{\lambda}, \text{ wenn } \sigma_1 = 0, \varepsilon_1 = 1.$$

und für F_0 die erste Näherung:

$$(15) \quad F^0 \sim F_1^0 = -1 - \frac{j k_1 \sin \varphi}{2\pi} \int \frac{H_1^0}{M} e^{-j k_1 x_1 \cos \varphi} df_1.$$

Der untere Index 1 in F_1^0 bezieht sich auf die erste Näherung und der obere Index 0 wie immer auf den Fall $s_s = 0$.

H_1^0 ist hierbei die Hertz'sche Funktion entlang der Erdebene und herrührend von einem Sender der Stärke M auf der Erde.

Hierfür fanden van der Pol und Verf. schon früher (a. a. O.) (damals für ein Dipolmoment $\frac{1}{2}$, jetzt für ein Moment M)

$$(16) \quad H_1^0 = 2 M \frac{k_1 k_2}{k_1^2 - k_2^2} s^2 \int_{\xi=1}^{\xi=\frac{k_2}{k_1}} d \cdot \left(\frac{s}{\sqrt{\xi^2 - s^2}} \right) \frac{e^{j k_1 r \xi}}{r}$$

mit 1):

$$(17) \quad s^2 = \frac{k_2^2}{k_1^2 + k_2^2}.$$

Diese Formel eignet sich, da sie keine Besselfunktionen enthält, besonders gut zur weiteren Transformation von (15).

Wird sie in (15) substituiert und führen wir in der Erdebene Polarkoordinaten r, ψ ein (vgl. Fig. 2), so daß

$$df_1 = r d\psi dr,$$

$$x_1 = r \cos \psi,$$

so wird:

$$(18) \quad F_1^0 = -1 - \frac{k_1 k_2 s^2}{k_1^2 - k_2^2} \frac{j k_1 \sin \varphi}{\pi} \int_{\xi=1}^{\xi=\frac{k_2}{k_1}} d \cdot \left(\frac{s}{\sqrt{\xi^2 - s^2}} \right) G_1,$$

wo

$$(19) \quad \left\{ \begin{aligned} G_1 &= \int_0^{2\pi} \int_0^\infty e^{j k_1 r \xi - j k_1 r \cos \psi} \cos \varphi d\psi dr \\ &= \frac{j}{k_1} \int_0^{2\pi} \frac{d\psi}{\xi - \cos \varphi \cos \psi} = \frac{j}{k_1} \frac{2\pi}{\sqrt{\xi^2 - \cos^2 \varphi}}. \end{aligned} \right.$$

1) s^2 ist mit der gebräuchlichen Konstante $h^2 = \frac{k_1^2 k_2^2}{k_1^2 + k_2^2}$ verknüpft mittels $s^2 = \frac{h^2}{k_1^2}$. Die Einführung von s^2 sowie von einer dimensionslosen Variablen ξ war wegen später auftretender Integrale zu empfehlen.

Wird dieser Wert in (18) substituiert und ersetzt man darin noch die Variable ξ durch eine neue Variable η :

$$(20) \quad \frac{s}{\sqrt{\xi^2 - s^2}} = \eta,$$

so wird:

$$(21) \quad F_1^0 = -1 + \frac{2 k_1 k_2 s^2 \sin \varphi}{k_1^2 - k_2^2} H_1$$

mit:

$$(22) \quad H_1 = \int_{\xi=1}^{\xi=\frac{k_2}{k_1}} \frac{d\left(\frac{s}{\sqrt{\xi^2 - s^2}}\right)}{\sqrt{\xi^2 - \cos^2 \varphi}} = \int_{k_1/k_2}^{k_1/k_1} \frac{\eta d\eta}{\sqrt{s^2 + (s^2 - \cos^2 \varphi) \eta^2}}.$$

Das letzte Integral läßt sich sofort ausführen:

$$(23) \quad H_1 = \frac{v_1 - v_2}{s^2 - \cos^2 \varphi}$$

mit:

$$(24) \quad \begin{cases} v_1 = \sqrt{1 - \frac{1-s^2}{s^2} \cos^2 \varphi} = \sqrt{1 - \frac{k_1^2}{k_2^2} \cos^2 \varphi}, \\ v_2 = \sqrt{\frac{s^2}{1-s^2}} \sin \varphi = \frac{k_2}{k_1} \sin \varphi. \end{cases}$$

Wegen (24) kann man auch in (23) schreiben:

$$s^2 - \cos^2 \varphi = \frac{k_1^2 s^2}{k_1^2 - k_2^2} (v_1^2 - v_2^2).$$

Der hierdurch gefundene Wert von H_1 , substituiert in (21), gibt dann

$$F_1^0 = -1 + \frac{2 v_2}{v_1 + v_2} = \frac{v_2 - v_1}{v_1 + v_2} = \mathfrak{R}_\varphi,$$

wo \mathfrak{R}_φ der bekannte Fresnelsche Reflexionskoeffizient für flache Wellen ist, deren Einfallrichtung einen Winkel φ mit der Ebene bildet.

Nach (10) haben wir also in erster Näherung:

$$\Pi^0(r, z) = M \frac{e^{j k_1 \sqrt{r^2 + z^2}}}{\sqrt{r^2 + z^2}} + M \mathfrak{R}_\varphi \frac{e^{j k_1 \sqrt{r^2 + z^2}}}{\sqrt{r^2 + z^2}} = M (1 + \mathfrak{R}_\varphi) \frac{e^{j k_1 R}}{R},$$

was als Reflexionsformel im Falle $z_s = 0$ interpretiert werden kann.

Ein Sender mit Moment M oberhalb, aber sehr nahe an (mathematisch auf) der Erdoberfläche sendet direkt die Strahlung $M \frac{e^{j k_1 R}}{R}$ nach dem Beobachter, und die Anwesenheit der Erde offenbart sich durch den Term $\mathfrak{R}_\varphi M \frac{e^{j k_1 R}}{R}$, scheinbar

herrührend von einem unterhalb, aber sehr nahe an (mathematisch auf) der Erdoberfläche gelegenen Bildpunkte. Sommerfelds „primäre“ Strahlung würde hier also $2M \frac{e^{j k_1 R}}{R}$ sein.

Für den Fall $z_s > 0$ (Sender in endlicher Höhe oberhalb der Erde) finden wir dann mittels (9):

$$\Pi_P = M \frac{e^{j k_1 R_1}}{R_1} - M \frac{e^{j k_1 R_2}}{R_2} + M (1 + \Re_\varphi) \frac{e^{j k_1 \sqrt{r^2 + (z + z_s)^2}}}{\sqrt{r^2 + (z + z_s)^2}}.$$

Nun ist:

$$R_2 = \sqrt{r^2 + (z + z_s)^2}.$$

Hier steht also nichts anderes als die Reflexionsformel

$$\Pi_P = M \frac{e^{j k_1 R_1}}{R_1} + M \frac{e^{j k_1 R_2}}{R_2} \Re_\varphi,$$

wo der erste Term direkt vom Sender herrührt und der zweite Term vom Bildpunkte, der nun wegen $z_s > 0$ ($R_1 \neq R_2$) nicht mehr mit dem Sender zusammenfällt.

Diese Reflexionsformel wurde also abgeleitet ohne Wellen mit komplexen Einfallswinkeln einzuführen, wie das bei Weyl geschah. Die Ableitung war basiert auf einem dem Huygensschen ähnlichen Prinzip, wodurch die Hertzsche Funktion Π in einem beliebigen Punkt des Raumes aus ihren Werten an der Erdoberfläche bestimmt wurde (typisch war hier aber, daß dann $\partial \Pi / \partial z$ an der Erdoberfläche keine Rolle spielte.¹⁾

Die Werte von Π an der Erdoberfläche waren (nach früheren Arbeiten von van der Pol und Niessen, Thomas, Fock, a. a. O.) in einer strengen Form ohne Besselfunktionen bekannt.

Die Vernachlässigungen, die dann noch notwendig waren um die Reflexionsformel abzuleiten, konnten geometrisch und physikalisch gerechtfertigt werden. Der Fall eines Senders oberhalb der Erde ($z_s > 0$) konnte nämlich streng auf den Fall $z_s = 0$ zurückgeführt werden, und die Vernachlässigungen, die wir hier brauchten, waren so gewählt, daß die Fehler minimal werden oder sogar verschwinden auf der Erdoberfläche in der

1) Wie bei Sommerfeld in ähnlichen Problemen, konnte hier alles auch bloß in $\partial \Pi / \partial z$ an der Erdoberfläche ausgedrückt werden. Da hierfür aber keine geeignete Formel vorlag, wurde die Transformation absichtlich so gewählt, daß $\partial \Pi / \partial z$ vermieden werden konnte. Die andere (nichtbenutzte) Formel wäre gewesen:

$$\Pi_P = \frac{e^{j k_1 R_1}}{R_1} + \frac{e^{j k_1 R_2}}{R_2} - \frac{1}{2\pi} \int \left(\frac{e^{j k_1 D}}{D} \frac{\partial \Pi}{\partial z} \right)_{f_1} d f_1.$$

Nähe des Senders, und gerade dort liegt physikalisch (wie wir aus der Optik wissen) die Stelle, an der sich der Einfluß der Erde am stärksten geltend macht.

M. J. O. Strutt¹⁾ dagegen hat bei seiner Ableitung der Weylschen Reflexionsformel Vernachlässigungen an der Erdoberfläche benutzt, die von den unsrigen ganz verschieden sind.

Seine Annahme nämlich, daß beim Differenzieren der Hertzschen Funktion nur die e -Potenz, d. h. der Phasenfaktor, und nicht der andere, sagen wir (weniger streng) Amplitudenfaktor, differenziert zu werden braucht, ist überall auf der Erdoberfläche erlaubt, wenn der Sender weit (in bezug auf die Wellenlänge) von der Erde entfernt ist. Dann aber ist es so wie so deutlich, daß die Reflexionsformel auftreten muß, da man dann einfach mit flachen Wellen zu tun hat.

Das Typische ist jedoch, daß diese Formel auch gilt, wenn der Sender *auf* der Erde steht oder in einer Höhe von der Ordnung einer Wellenlänge sich darüber befindet. Dann ist die erwähnte Annahme nur erlaubt für die Punkte der Erdoberfläche, die weit vom Sender entfernt sind.

Wie gesagt möchten wir lieber auf Grund der optischen Zonentheorie Annäherungen benutzen, die im Falle eines Senders auf der Erde gerade in der Gegend des Senders minimale Fehler implizieren, und wir kümmern uns nicht darum, daß sie für die weit entfernten Punkte der Oberfläche ihren Sinn verlieren.

Eine konsequente Durchführung dieser Näherungen führt übrigens nicht nur zur Reflexionsformel, sondern auch zu ihrem Gültigkeitsgebiet, wie sich unten zeigen wird. Beides wird erreicht ohne Wellen mit komplexen Einfallswinkeln einzuführen, die Weyl benutzt hat.

Wir möchten noch bemerken, daß Weyl in seiner Ableitung k_1^2 reell annahm (a. a. O., S. 481), was aber in unserer Arbeit nicht der Fall zu sein braucht.

In ganz analytischer Weise (im Gegensatz zu unserer mehr physikalischen und geometrischen Methode) ist die Reflexionsformel samt ihren weiteren Näherungen noch von Wise²⁾ aus der Sommerfeldschen Lösung abgeleitet worden.

Schließlich möchten wir noch betonen, daß die Reflexionsformel zum ersten Male von Weyl (a. a. O.) und später, unabhängig von Eckersley³⁾, aus Reziprozitätsbetrachtungen gefunden worden ist.

1) M. J. O. Strutt, *Ann. d. Phys.* [5] **1**. S. 721. 1929.

2) W. H. Wise, *Bell Syst. Techn. Journ.* **8**. S. 662. 1929.

3) T. L. Eckersley, *Journ. Inst. Electr. Eng.* **65**. S. 600. 1927.

Einen interessanten Versuch, der die Wirkung der Weylschen Wellen mit komplexen Einfallswinkeln verdeutlichen kann, verdankt man noch L. Mandelstamm.¹⁾

§ 2. Über das Gültigkeitsgebiet der Reflexionsformel

Das in § 1 angegebene Verfahren erlaubt uns, auch die H -Funktion in zweiter Näherung zu berechnen, also das Gültigkeitsgebiet der Reflexionsformel zu untersuchen.

Wir müssen dazu wiederum zuerst den Fall $z_2 = 0$ betrachten und nehmen dabei einen zwar großen, aber doch *endlichen* Abstand R von P zum Sender in O an. Die Linien PO und PF_1 von der Länge R bzw. D sind dann nicht mehr als parallel zu betrachten, sondern bilden einen kleinen Winkel δ , der von der Lage von F_1 abhängt.

Den Faktor R/D in (11) ersetzen wir dann durch einen genaueren Wert als den früheren (12), nämlich durch:

$$\frac{R}{D} = 1 + \frac{R-D}{R} = 1 + \frac{\overline{OU}}{R} = 1 + \frac{x_1 \cos \varphi + \hat{y}_1 \sin \varphi}{R}.$$

Im Exponenten der e -Potenz in (11) sollte eigentlich streng

$$R-D = \overline{OU} - D(1 - \cos \delta)$$

substituiert werden, und da wir hier früher $R-D$ durch \overline{OU} ersetzten, wollen wir jetzt nehmen:

$$R-D = \overline{OU} - \frac{D}{2} \delta^2 \sim \overline{OU} - \frac{F_1 U^2}{2R}$$

$$R-D \sim x_1 \cos \varphi + \hat{y}_1 \sin \varphi - \frac{(x_1^2 + y_1^2 + \hat{y}_1^2) - (x_1 \cos \varphi + \hat{y}_1 \sin \varphi)^2}{2R}.$$

Solcherweise bekommen wir statt (14) in zweiter Näherung:

$$(25) \quad \left\{ \frac{\partial}{\partial \hat{y}_1} \left\{ e^{-j k_1 (R-D)} \frac{R}{D} \right\} \right\}_{\hat{y}_1=0} = e^{-j k_1 \left(x_1 \cos \varphi - \frac{x_1^2 \sin^2 \varphi + y_1^2}{2R} \right)} \cdot \left\{ \left(1 + \frac{x_1 \cos \varphi}{R} \right) \left(-j k_1 \sin \varphi - \frac{j k_1 x_1 \sin \varphi \cos \varphi}{R} \right) + \frac{\sin \varphi}{R} \right\}.$$

Wir entwickeln den neu hinzugekommenen Faktor

$$\exp. \left\{ \frac{j k_1 (x_1^2 \sin^2 \varphi + y_1^2)}{2R} \right\},$$

der von der Nichtparallelität der Linien herrührte und bei einer Verbesserung der ersten Annäherung noch wenig von 1 verschieden sein wird, in einer Potenzreihe und vernachlässigen bei der Multiplikation in (25) überall Terme mit $1/R^2$.

1) L. Mandelstamm, Phys. Ztschr. 15. S. 220. 1914.

Wird dann (25) zugleich mit unserer Formel (16) in (11) substituiert und werden wiederum statt x, y , Polarkoordinaten r, φ eingeführt, so entsteht als zweite Näherung für F^0 (der Index 2 bezieht sich auf diese zweite Näherung):

$$(26) \quad F^0 \sim F_2^0 = -1 - \frac{k_1 k_2 s^2}{k_1^2 - k_2^2} \frac{j k_1 \sin \varphi}{\pi} \int_{\xi=1}^{\xi=\frac{k_1}{k_2}} d \cdot \left(\frac{s}{\sqrt{\xi^2 - s^2}} \right) G_2,$$

wo

$$(27) \quad G_2 = \int_0^{2\pi} d\psi \int_0^\infty e^{-pr} (A + Br + Cr^2) dr$$

mit:

$$p = -j k_1 (\xi - \cos \varphi \cos \psi),$$

$$A = 1 + \frac{j}{k_1 R}, \quad B = \frac{2 \cos \varphi \cos \psi}{R}, \quad C = \frac{j k_1 (1 - \cos^2 \varphi \cos^2 \psi)}{2R}.$$

Man sieht beim Vergleich mit (19) wie hieraus für $R \rightarrow \infty$ $G_2 = G_1$ folgt. Nach Ausführung der r -Integration wird (27)

$$G_2 = \int_0^{2\pi} \frac{Ap^2 + Bp + C}{p^3} d\psi,$$

dessen Wert sich am besten mittels komplexer Integration bestimmen läßt.

Durch die Substitution

$$e^{i\psi} = \zeta$$

wird G_2 in ein Integral in der komplexen ζ -Ebene (entlang dem Einheitskreis um den Nullpunkt $\zeta = 0$) übergeführt.

Nach einigen Umformungen bekommt man:

$$G_2 = G_1 + \frac{j}{k_1 R} \frac{2}{k_1 \cos \varphi} \oint \frac{a(\zeta - \zeta_1)(\zeta - \zeta_2) - (a + b\zeta)}{(\zeta - \zeta_1)^2 (\zeta - \zeta_2)^2} d\zeta$$

mit:

$$a = \frac{4(1 - \xi^2)}{\cos^2 \varphi}, \quad b = \frac{8\xi(\xi^2 - 1)}{\cos^2 \varphi},$$

$$\zeta_1 = \frac{\xi + \sqrt{\xi^2 - \cos^2 \varphi}}{\cos \varphi}, \quad \zeta_2 = \frac{\xi - \sqrt{\xi^2 - \cos^2 \varphi}}{\cos \varphi}.$$

Da ξ in unserer Formel (16) entlang einer Geraden von $\xi = 1$ bis $\xi = \frac{k_2}{k_1}$ zu nehmen ist, ist $|\xi| \geq 1$, so daß ζ_1 außerhalb und ζ_2 innerhalb des Einheitskreises liegt.

Bei Anwendung des Residuensatzes von Cauchy erhält man also:

$$G_2 = G_1 + \frac{j}{k_1 R} \frac{2}{k_1 \cos \varphi} 2\pi i \left\{ \frac{d}{d\zeta} \frac{a}{(\zeta - \zeta_1)^2} - \frac{1}{2} \frac{d^2}{d\zeta^2} \frac{a + b\zeta}{(\zeta - \zeta_1)^3} \right\}_{\zeta=\zeta_2}$$

und bei Benutzung der Werte für a , b , ζ_1 und ζ_2 :

$$(28) \quad G_2 = G_1 - \frac{\pi}{k_1^3 R} \frac{2\xi^4 + \xi^2(\cos^2 \varphi - 2) - \cos^2 \varphi}{(\xi^2 - \cos^2 \varphi)^{3/2}}.$$

Nach Substitution von (28) in (26) bekommt man:

$$(29) \quad F^0 \sim F_2^0 = -1 + \frac{2k_1 k_2 s^2 \sin \varphi}{k_1^2 - k_2^2} H_2$$

mit:

$$H_2 = H_1 + \frac{j}{2k_1 R} \int_{\xi=1}^{\xi=\frac{k_2}{k_1}} d \cdot \left(\frac{s}{\sqrt{\xi^2 - s^2}} \right) \frac{2\xi^4 + \xi^2(\cos^2 \varphi - 2) - \cos^2 \varphi}{(\xi^2 - \cos^2 \varphi)^{3/2}}.$$

Die Substitution (20) führt auch hier wiederum auf sofort angebbare Integrale, und da H_1 schon von früher bekannt ist, ist H_2 also gefunden.

Einsetzen von H_2 in (29) gibt dann:

$$(30) \quad F_2^0 = \frac{v_2 - v_1}{v_1 + v_2} + K^0 = \mathfrak{R}_\varphi + K^0$$

mit dem Korrektionsterm

$$(31) \quad K^0 = \frac{j}{k_1 R} \frac{k_1 k_2 s^2}{k_1^2 - k_2^2} \frac{\sin \varphi}{(s^2 - \cos^2 \varphi)^3} \left(\alpha v - \frac{\beta}{v} + \frac{\gamma}{v^3} \right)_{v_2}$$

mit:

$$(32) \quad \begin{cases} \alpha = 2s^4 + s^2 \cos^2 \varphi - 2s^2 - \cos^2 \varphi, \\ \beta = 2s^4 - 5s^2 \cos^2 \varphi - s^2 \cos^4 \varphi + 4s^2 \cos^2 \varphi, \\ \gamma = s^4 \sin^2 \varphi \cos^2 \varphi, \end{cases}$$

während das Polynom in v zwischen den Grenzen v_1 und v_2 zu nehmen ist, welchen Größen wir schon früher [vgl. (24)] beim Reflexionskoeffizienten \mathfrak{R}_φ begegneten.

Im Falle $z_s = 0$ hat man also nach (10) und (30):

$$\Pi_P^0 = M \frac{e^{j k_1 R}}{R} + M \frac{e^{j k_1 R}}{R} (\mathfrak{R}_\varphi + K^0).$$

Um zum Falle $z_s > 0$ zu gelangen, sollte man zuerst hierin überall R durch $\sqrt{r^2 + (z + z_s)^2} = R_s$ ersetzen (also auch in K^0), und dann die Vorschrift (9) anwenden.

Wir gelangen so zu der folgenden korrigierten Reflexionsformel (gültig im allgemeinen Falle eines Senders oberhalb der Erde)

$$(33) \quad \Pi_P = M \frac{e^{j k_1 R_1}}{R_1} + M \frac{e^{j k_1 R_2}}{R_2} (\Re_\varphi + K)$$

mit dem Korrektionsterm:

$$(34) \quad K = \frac{j}{k_1 R_2} \frac{k_1 k_2 s^2}{k_1^2 - k_2^2} \frac{\sin \varphi}{(s^2 - \cos^2 \varphi)^{3/2}} \left(\alpha v - \frac{\beta}{v} + \frac{\gamma}{v^3} \right) v_1.$$

Hierbei haben wir das Kriterium gefunden, bis zu welcher Grenze die Reflexionsformel immer Gültigkeit beanspruchen kann. *Wenn K nicht mehr klein ist in bezug auf \Re_φ oder in bezug auf $1 + \Re_\varphi$, ist die Grenze offenbar überschritten.*

Im Falle $z_s = 0$ (Sender auf der Erde) läßt sich das Kriterium am einfachsten formulieren:

$$K^0 \leq 1 + \Re_\varphi.$$

Wegen der bekannten Formel:

$$\frac{v_2 - v_1}{v_2 + v_1} = \Re_\varphi$$

war unsere erste Annäherung mit der Weylschen identisch. Es fragt sich nun, ob die zweiten Annäherungen vielleicht auch identisch sind.

Beim Vergleich müssen wir bedenken, daß Weyl die primäre Strahlung $\frac{e^{-j k_1 R}}{R}$, wir aber $\frac{e^{+j k_1 R}}{R}$ betrachtet haben. Deshalb gibt die Weylsche Arbeit in unserem Falle angewandt:

$$F = \Re_\varphi + K_W$$

mit:

$$K_W = \frac{\sin \varphi f'(\sin \varphi) - \frac{1}{2} \cos^2 \varphi f''(\sin \varphi)}{-j k_1 R_2},$$

wo die Funktion $f(x)$ definiert ist mit:

$$f(x) = \frac{2n^2 x}{n^2 x + \sqrt{x^2 + n^2 - 1}}, \quad n = \frac{k_2}{k_1}.$$

Ausgerechnet wird der Weylsche Korrektionsterm:

$$(35) \quad \left\{ \begin{aligned} K_W &= \frac{1}{-j k_1 R_2} \frac{2n^2(n^2 - 1)}{(n^2 \gamma + \sqrt{\gamma^2 + n^2 - 1})^2 \sqrt{\gamma^2 + n^2 - 1}} \\ &\cdot \left[\gamma + \frac{1 - \gamma^2}{2} \frac{3n^2 \gamma^2 + 3\gamma \sqrt{\gamma^2 + n^2 - 1} + 2n^2(n^2 - 1)}{(n^2 \gamma + \sqrt{\gamma^2 + n^2 - 1})(\gamma^2 + n^2 - 1)} \right] \end{aligned} \right.$$

mit:

$$\gamma = \sin \varphi.$$

Wenn wir nun in unserer Formel (34) für K die Größen φ und s in γ und n ausdrücken, zeigt man durch eine längere, aber elementare Rechnung, daß unser K mit dem Weylschen K_W identisch ist.

Nicht nur der erste, sondern auch der zweite Term der Weylschen Formel, d. h. nicht nur die Reflexionsformel, sondern auch ihr Gültigkeitsgebiet, konnte also ohne Einführung von Wellen komplexer Einfallsrichtungen abgeleitet werden. Der zweite Term rührte einfach von der Nichtparallelität der Verbindungslinien vom Aufpunkt nach den Punkten der Erdoberfläche her.

§ 3. Numerische Durchrechnung einiger Beispiele

Wiewohl der Zweck dieser Arbeit mehr theoretischer Art war, ist es vielleicht nicht undienlich, in einigen Spezialfällen die Größe des Korrektionstermes nach der Weylschen oder nach unserer damit identischen Formel [d. h. (34) bzw. (35)] als Funktion des Elevationswinkels anzugeben.

Wir bemerken zuerst, daß dieser Korrektionsterm nur für nicht zu kleine Elevationswinkel abgeleitet wurde und daß von der Pol und Verf. früher (a. a. O.) im Falle sehr gut leitender Erde ($|k_2|^2 \gg k_1^2$) das Gültigkeitskriterium für *alle* Elevationswinkel abgeleitet haben. Anschluß hieran kann also nur erwartet werden, wenn wir in der vorigen Arbeit den Fall endlicher Winkel betrachten und in der heutigen $|k_2|^2 \gg k_1^2$ annehmen.

Wir fanden damals (a. a. O.), daß die Gültigkeit auf ein Gebiet beschränkt war, das mit:

$$(36) \quad (k_1 R) \varphi^3 \sim \frac{1}{\alpha}$$

angegeben wurde, wobei α eine kleine Größe war, definiert mit:

$$(37) \quad \frac{k_1}{k_2} = \alpha - i\alpha,$$

während k_1^2 und k_2^2 als reell bzw. rein imaginär mit $|k_2|^2 \gg k_1^2$ vorausgesetzt waren.

Für endliche Elevationswinkel $\varphi \sim 1$ können wir dieses Gebiet auch leicht aus (31) wiederfinden.

Nach (17) und (37) ist nämlich:

$$s^2 = 1 + 2i\alpha^2$$

in (31) zu substituieren und bei Vernachlässigung von α^3 kommt aus (30)

$$F^0 = \Re_\varphi + \frac{2(1+i)}{k_1 R} \frac{\alpha}{\sin^3 \varphi}.$$

Vernachlässigen wir in der Π^0 -Funktion gerade wie in der früheren Arbeit Größen von der Ordnung $x^2 \frac{e^{j k_1 R}}{R}$, so entsteht die Reflexionsformel nur, wenn

$$\frac{2(1+i)}{k_1 R} \frac{x}{\sin^2 \varphi} \sim x^2,$$

so daß hieraus wiederum die Formel (36) zum Vorschein kommt.

Wie gesagt sind die jetzigen Betrachtungen ungeeignet, um das Gebiet $\varphi \ll 1$ anzugeben, so daß in diesem Falle nur die frühere Arbeit in Betracht kommt, wenigstens im Falle

$$|k_2|^2 \gg |k_1|^2.$$

Weiter bemerken wir noch, daß es in den Fällen $k_1^2 = k_2^2$ und $|k_2|^2 = \infty$ sowieso deutlich ist, daß für alle Elevationswinkel und für alle Wellenlängen:

$$\Pi = M \frac{e^{j k_1 R_1}}{R_1}, \quad \text{bzw.} \quad \Pi = M \frac{e^{j k_1 R_1}}{R_1} + M \frac{e^{j k_1 R_2}}{R_2}$$

sein soll.

Da \Re in diesen Fällen 0 bzw. +1 beträgt, so muß die Reflexionsformel hier beidemale streng gelten, also der Korrektions-term verschwinden, was bei Ausrechnung in (34) oder noch einfacher in (35) sich sofort zeigt.

Betrachten wir nun statt dieser Grenzfälle einige Beispiele, die typisch für den allgemeinen Fall sind.

Wählen wir als Wellenlänge sukzessiv $\lambda = 1500$ m, 300 und 20 m und setzen wir als erstes Medium nichtleitende Luft ($\sigma_1 = 0$, $\epsilon_1 = 1$) voraus, und als zweites Medium Wasser (See- oder Süßwasser) oder den Erdboden (naß oder trocken), so hat man es nach den Zenneckschen Angaben¹⁾ mit folgenden Quadraten des komplexen Brechungsindex ($n^2 = \frac{k_2^2}{k_1^2}$) zu tun:

		$\lambda = 1500$ m	$\lambda = 300$ m	$\lambda = 20$ m
Seewasser	$n^2 =$	80 + 90000 j	80 + 18000 j	80 + 1200 j
Süßwasser	$n^2 =$	80 + 90 j	80 + 18 j	80 + 1,2 j
Nasser Boden	$n^2 =$	10 + 450 j	10 + 90 j	10 + 6 j
Trockener „	$n^2 =$	4 + 9 j	4 + 1,8 j	4 + 0,12 j

1) Die Zenneckschen Angaben wurden auch benutzt in einer Arbeit von van der Pol, De Ingenieur S. 1, 1925, um die Rolle von Verschiebungs- und Leitungstrom in mehreren Fällen (speziell für kurze Wellen) zu diskutieren; vgl. A. Sommerfeld, a. a. O., S. 721.

Da wir uns vorläufig begnügen wollen mit einer groben Angabe der Abstände (als Funktion des Elevationswinkels $\varphi = \arcsin \gamma$), worauf die Reflexionsformel ohne Gefahr angewandt werden darf, so möchten wir aus den erwähnten numerischen Werten zu der Vereinfachung

$$\sqrt{\gamma^2 + n^2 - 1} = n$$

schließen, wodurch der Korrektionsterm den Wert bekommt

$$K \sim \frac{1}{-j k_1 R_1} \frac{2n^2 + (2n^2 + 3)\gamma + 5n\gamma^2 - 2n - 3\gamma^3 - 3n\gamma^4}{n(n\gamma + 1)^3}.$$

Vernachlässigen wir im Zähler einige Terme gegenüber $2n^2$, so kommt

$$(38) \quad K \sim \frac{1}{-j k_1 R_1} \frac{2n^2 + 2n\gamma}{(n\gamma + 1)^2}.$$

Am schärfsten läßt sich die Gültigkeit der Reflexionsformel im Falle $z_s = 0$ (Sender auf der Erde) formulieren. Dann muß offenbar

$$K^0 \ll 1 + \Re_\varphi,$$

d. h. $\frac{K^0}{(1 + \Re_\varphi)}$ muß vernachlässigbar sein, z. B. kleiner als 10% oder kleiner als eine später nach Belieben anzugebende kleine Größe τ .

Die Reflexionsformel darf dann angewandt werden in Entfernungen, die folgender Ungleichheit genügen:

$$(39) \quad k_1 R = \frac{2\pi R}{\lambda} > \left| \frac{2n^2 + 2n \sin \varphi}{(n \sin \varphi + 1)^3 (1 + \Re_\varphi)} \right| \frac{1}{\tau}.$$

Hierin ist

$$1 + \Re_\varphi = \frac{2n^2 \sin \varphi}{n^3 \sin \varphi + \sqrt{n^2 - \cos^2 \varphi}} \sim \frac{2n \sin \varphi}{n \sin \varphi + 1},$$

so daß in der erwähnten Annäherung das Gebiet angegeben wird durch

$$(40) \quad \frac{2\pi}{\lambda} R > \left| \frac{n + \sin \varphi}{(n \sin \varphi + 1)^2 \sin \varphi} \right| \frac{1}{\tau}.$$

Wäre in irgendeinem Falle die benutzte Vereinfachung des Korrektionstermes unzulässig, so hätte man als Kriterium behalten müssen:

$$\frac{K^0}{1 + \Re_\varphi} < \tau,$$

was hinausläuft auf das Gebiet:

$$(41) \quad \frac{2\pi R}{\lambda} > \left| \frac{(n^2 - 1)[\dots]}{(n^3 \sin \varphi + \sqrt{n^2 - \cos^2 \varphi}) \sqrt{n^2 - \cos^2 \varphi} \cdot \sin \varphi} \right| \frac{1}{\tau},$$

wo [...] den letzten Faktor in (35) darstellt, worin bekanntlich $\gamma = \sin \varphi$.

Der Verlauf der Faktoren $|\dots|$ von $1/\tau$ in (40) wird für einige Fälle in Fig. 3 angegeben. Dabei denken wir uns (40) geschrieben in der Form:

$$\frac{R}{\lambda} > \frac{D(\varphi)}{\tau}.$$

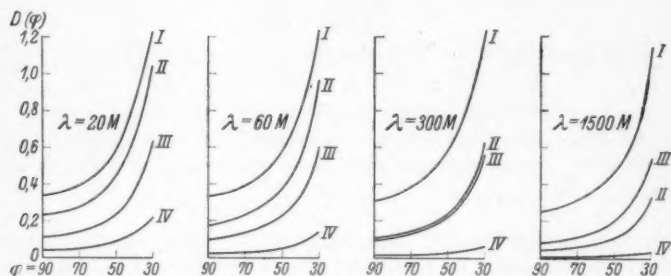


Fig. 3

I
 $\varepsilon = 4, \sigma = 10^{-15}$
(Trockener Erdboden)

II
 $\varepsilon = 10, \sigma = 5 \cdot 10^{-14}$
(Nasser Erdboden)

III
 $\varepsilon = 80, \sigma = 10^{-14}$
(Süßwasser)

IV
 $\varepsilon = 80, \sigma = 10^{-11}$
(Seewasser)

Wenn der Sender sich oberhalb der Erde befindet ($z_s > 0$), tut man am besten, zuerst die elektrische Kraft aus der Hertzschen Funktion mit, und dann aus der Hertzschen Funktion ohne Korrektions-term abzuleiten und zu fordern, daß der dem Korrektions-term entsprechende Teil unterhalb eines gegebenen Wertes bleiben oder klein in bezug auf den übrigen Teil sein soll.

Eindhoven, 8. September 1933.

(Eingegangen 15. September 1933)

Namenregister zum Jahrgang 1933

5. Folge, Band 16—18

A

- Adelsberger, U. vgl. Scheibe, A. 18, 1.
 Auer, H., Die absolute magnetische Suszeptibilität des Wassers und ihre Temperaturabhängigkeit 18, 593. — Eine absolute magnetische Feldmessung 18, 613.
 von Auwers, O., Über die Abhängigkeit des Elastizitätsmoduls und der Dämpfung ferromagnetischer Stoffe von der Magnetisierungsintensität 17, 83.
 von Auwers, O. u. Kühlewein, H., Beiträge zum Stereomagnetismus. I. Über die Bedeutung der atomaren Wechselwirkung für den Magnetismus 17, 107. — II. Über das Perminvarproblem 17, 121.

B

- Bandel, G. vgl. Tammann, G. 16, 120.
 Batsch, H., Über die Rotationsstruktur und den Zeemaneffekt der NH-Banden 18, 81.
 Beeck, O., Zur Ionisation der Edelgase durch langsame Alkalionen 18, 414.
 von Békésy, G., Über die Hörsamkeit der Ein- und Ausschwingvorgänge mit Berücksichtigung der Raumakustik 16, 844.
 Benedicks, C., Über den Mechanismus der Supraleitung 17, 169.
 Blechschmidt, E. vgl. Giebe, E. 18, 417. — 18, 457.

Annalen der Physik. 5. Folge. 18.

- Bloch, F., Zur Bremsung rasch bewegter Teilchen beim Durchgang durch Materie 16, 285.
 Blum, H. vgl. Trautz, M. 16, 362.
 Boehme, W. vgl. Tammann, G., 17, 863.
 Bondy, H. u. Popper, K., Ein Massenspektrometer mit Richtungs- und Geschwindigkeitsfokussierung 17, 425.
 Born, M. u. Flügge, S., Zur Quantenmechanik des Zweiatomsystems 16, 768.
 Bröse, H. L., Prinzipielle Bemerkungen über Wirkungsquerschnittmessungen an Gasmolekülen 17, 816.
 Brüche, E., Elektronenstrahl und Gasentladung 16, 377.

C

- Caglioti, V. vgl. Tammann, G. 16, 680.
 Cartwright, C. H., Wiedemann-Franzsche Zahl, Wärmeleitfähigkeit und thermoelektrische Kraft von Tellur 18, 656.
 Czerlinsky, E. vgl. Gans, R. 16, 625.

D

- Dehlinger, U. u. Glocker, R., Über die Existenz von Resistenzgrenzen bei Mischkristallen mit ungeordneter Atomverteilung. II. 16, 100.
 Deutsch, W., Über die Dichteverteilung unipolarer Ionenströme 16, 588.

60

Deutschbein, O. vgl. Tomaschek, R. 16, 930.

Dobenecker, O., Über den Zeiteffekt der Leitfähigkeit und der Dielektrizitätskonstante von Elektrolyten in Lösungsmitteln verschiedener innerer Reibung 17, 699.

Donat, E. u. Stierstadt, O., Über flüssige Metalleinkristalle. I. 17, 897.

Döpel, R., Über die energetische Wechselwirkung beim Korpuskularstoß 16, 1.

Dreyer, K. L. vgl. Tammann, G. 16, 111. — 16, 657.

E

Eckardt, A. vgl. Kossel, W. 17, 543.

Ende, W., Beitrag zur Kenntnis der Kurzschlußfunken 17, 460.

Engelhard, E., Elektrisches und optisches Verhalten von Halbleitern. IX. Mechanismus und Ursprung der Dunkelleitung und der lichtelektrischen Leitung in Kupferoxydul 17, 501.

Engelmann, A., Über die Bestimmung der lichtelektrischen Grenzwellenlänge am Rhenium 17, 185.

Erler, W. vgl. Le Blanc, M. 16, 321.

F

Fischer, V., Die Verdampfungswärme der binären Gemische 17, 209. — Ein Zustandsdiagramm für ternäre Gemische 17, 421.

Flügge, S. vgl. Born, M. 16, 768.

Fock, V., Zur Berechnung des elektromagnetischen Wechselstromfeldes bei ebener Begrenzung 17, 401. — Druckfehlerberichtigung 17, 868.

Försterling, K. u. Lassen, H., Kurzwellenausbreitung im Erdmagnetfeld 18, 26.

von Fragstein, K., Ein Beitrag zur Bestimmung des Reflexionsvermögens von Metallen im Sichtbaren und im Ultraviolett 17, 1. — Ein Christiansenfilter für ultraviolettes Licht 17, 22.

Franz, H. vgl. Meißner, W. 17, 593.

G

Gaertner, O., Die relative Ionisierung der Gase Luft, Stickstoff, Sauerstoff und Argon, gemessen mit der $Cu K_{\alpha}$ -Linie 16, 613.

Gans, R., Die Magnetisierungskurve ferromagnetischer Stoffe für sehr schwache Felder 18, 701.

Gans, R. u. Czerlinsky, E., Ergänzung zur Theorie der Magnetisierungskurven ferromagnetischer Einkristalle 16, 625.

Gans, R. u. von Harlem, J., Magnetostriktion ferromagnetischer Kristalle 16, 162.

Geffcken, W. u. Keibs, L., Untersuchungen über akustische Schwellenwerte. II. Das Thermophon und seine Verwendung als akustisches Meßinstrument 16, 404.

Gehm, G. vgl. Krüger, F. 16, 174. — 16, 190.

Gerver S. J., A. J. J. vgl. Michels, A. 16, 745.

Giebe, E. u. Blechschmidt, E., Experimentelle und theoretische Untersuchungen über Dehnungseigenschaften von Stäben und Röhren. I. 18, 417. — II. 18, 457.

Glaser, W., Über optische Abbildung durch mechanische Systeme und die Optik allgemeiner Medien 18, 557.

Glocker, R. vgl. Dehlinger, U. 16, 100.

Glowatzki, E., Messungen von Hochfrequenzleitfähigkeiten einwertiger Elektrolyte 18, 217.

Goens, E., Über eine verbesserte Apparatur zur statischen Bestimmung des Drillungsmoduls von Kristallstäben und ihre Anwendung auf Zink-Einkristalle 16, 793. — Elastizitätskonstanten des Aluminium-Einkristalls 17, 233.

Groos, M., Prüfung der Röntgenfluoreszenz-K-Strahlung anisotroper Einkristalle auf Polarisierung 16, 541.

Grüneisen, E., Die Abhängigkeit des elektrischen Widerstandes reiner Metalle von der Temperatur 16, 530.

H

Haas, M., Der Nutzeffekt der Röntgen-K-Fluoreszenzstrahlung bei leichten Elementen 16, 473.

von Hámos, L., Röntgenspektroskopie und Abbildung mittels gekrümmter Kristallreflektoren. I. Geometrisch-optische Betrachtungen 17, 716.

von Harlem, J. vgl. Gans, R. 16, 162.

Heinze, W., Die Bestimmung der Austrittsarbeit an Oxydkathoden 16, 41.

Henning, F. u. Wensel, H. T., Der Erstarrungspunkt von Iridium 17, 620.

Hinzpeter, A., Elektrostatisches Induktionselektrometer für hohe Gleichspannungen und kleine Spannungsänderungen 17, 41.

Hohberg, A. vgl. Schuster, K. 16, 203.

Hönl, H., Atomfaktor für Röntgenstrahlen als Problem der Dispersionstheorie (K-Schale) 18, 625.

Hübner, H. J., Intensitätsmessungen an Hauptseriengliedern von Rubidium und Caesium 17, 781.

Hut, G. B. vgl. van Urk, A. Th. 17, 915.

I

Ionescu, Th. V., Bemerkung über die Arbeit von Ruhnke, M., „Elektrische Ströme aus Glühkathoden in Gasen und Dämpfen von Atmosphärendruck“ 16, 39.

J

Jaffé, G., Theorie der Leitfähigkeit polarisierbarer Medien. I. 16, 217. — II. 16, 249.

Johannesson, J. vgl. Lau, E. 18, 97.

Johannson, H., Über das Immersionsobjektiv der geometrischen Elektronenoptik 18, 385.

K

Kaufmann, H., Über den paramagnetischen Faradayeffekt an Alaunen 18, 251.

Keibs, L. vgl. Geffcken, W., 16, 404.

Kleiner, E., Über die Energieverhältnisse an Glühkathoden in dampf- und gasgefüllten Entladungsgefäßen 18, 529.

Kleinschmidt, E., Bemerkungen zu der Arbeit „Untersuchungen über die zeitlichen Änderungen der Schwerkraft“ von Tomaschek, R. u. Schaffernicht, W. 17, 725.

Kneser, H. O., Schallabsorption in mehratomigen Gasen 16, 337. — Bemerkung zur vorstehenden Arbeit von Rutgers, A. J. 16, 360.

Kohler, M., Beiträge zum kosmologischen Problem und zur Lichtausbreitung in Schwerfeldern 16, 129. — Dynamische Reflexion von Röntgenstrahlen an idealen, insbesondere absorbierenden Kristallen 18, 265.

Kollath, R. vgl. Ramsauer, C. 16, 560. — 16, 570. — 17, 755.

König, W., Über die magnetischen Eigenschaften von Stoffen mit künstlicher Anisotropie 17, 736.

Kossel, W. u. Eckardt, A., Vakuumentladungen mit innerer Hochspannungsquelle 17, 543.

Kreielsheimer, K., Die magnetische Permeabilität von Eisenröhren im Wellenlängenbereich von 46 bis 1000 m 17, 293.

Krueger, H. vgl. Vogt, E. 18, 755.

Krüger, F. u. Gehm, G., Änderung der Gitterkonstante und der Leitfähigkeit des Palladiums durch elektrolytische Wasserstoffbeladung 16, 174. — Gitterkonstanten und elektrische Leitfähigkeit elektrolytisch beladener Palladium-Silberlegierungen in Abhängigkeit von der Wasserstoffbeladung 16, 190.

Kühlwein, H. vgl. von Auer, O., 17, 107. — 17, 121.

Kurzweg, H., Neue Untersuchungen über die Entstehung der turbulenten Rohrströmung 18, 193.

L

Ladenburg, R., Die wahrscheinlichsten Werte der Atomkonstanten e und h 16, 468.

Lang, G., Der Einfluß der Materie auf langsamste Elektronen nach lichtelektrischen Untersuchungen 16, 781.

Lassen, H. vgl. Försterling, K. 18, 26.

Lau, E., Reichenheim, O. u. Johannesson, J., Feinstruktur und natürliche Breite von Spektrallinien bei Selbstumkehr 18, 97.

Le Blanc, M. u. Erler, W., Röntgenographische Untersuchungen des Mischkristallsystems Gold-Silber und Untersuchungen über seine Angreifbarkeit durch Salpetersäure 16, 321.

Le Blanc, M., Sachse H. u. Schöpel, H., Die Elektronenleitfähigkeit der Kupferoxyde II. 17, 334.

Lindmann, K. F., Über die elektrischen Eigenschwingungen stab-, kreisbogen- und spiralförmiger Leiter 18, 805.

M

von Meibom, R. u. Rupp, E., Beugungsversuche mit schnellen Protonen 17, 221. — Über Beugung langsamer Elektronen an Wolframeinkristallen 18, 107.

Meißner, W., Franz, H. u. Westerhoff, H., Messungen mit Hilfe von flüssigem Helium XXII. Widerstand von Metallen, Legierungen und Verbindungen 17, 593.

Michels, A. u. Gerver S. J., A. J. J., Eine Neubearbeitung der Kohnstamm - Walstrassen Isothermenmessungen 16, 745.

Mie, G., Die Geometrie der Spinoren 17, 465.

Möglich, F., Beugungserscheinungen an kleinen Kugeln in der Nähe von Brennpunkten konvergenter Kugelwellen 17, 825.

Moritz, G. vgl. Tammann, G. 16, 667.

Moser, H. A. vgl. Roeser, Wm. F. 17, 243.

Müller, W., Über den Impulssatz der Hydrodynamik für bewegte Gefäßwände und die Berechnung der Reaktionskräfte der Flüssigkeit 16, 489.

Murray, F. H., Diskussion einiger asymptotischer Entwicklungen, den vertikalen elektrischen Dipol betreffend 17, 821.

N

Niessen, K. F., Bemerkung zu einer Arbeit von Murray und einer Arbeit von van der Pol und Niessen über die Ausbreitung elektromagnetischer Wellen 16, 810. — Über die entfernten Raumwellen eines vertikalen Dipolenders oberhalb einer ebenen Erde von beliebiger Dielektrizitätskonstante

und beliebiger Leitfähigkeit 18, 893.

Nitka, H., Über die Intensitäten der Bandenspektren der Phosphore 16, 720.

Nordmeyer, M., Untersuchungen zur Stoßwirkung langsamer positiver Ionen in Edelgasen. — I. Die Ionenquelle 16, 697. II. Ionisierung durch K^+ -Ionen in Argon 16, 706.

P

Paschen, F. u. Ritschl, R., Infrarot Gitterspektren und Spektralgesetze (Al II, Al I, He I und II, Zn II, Zn I) 18, 867.

Pauli, W., Über die Formulierung der Naturgesetze mit fünf homogenen Koordinaten. — I. Klassische Theorie 18, 305. II. Die Diracschen Gleichungen für die Materiewellen 18, 337.

Pietzner, J. vgl. Senftleben, H. 16, 907.

Plötze, E., Dielektrizitätskonstanten wäßriger Lösungen bei sehr hohen Frequenzen 18, 288.

Popper, K. vgl. Bondy, H. 17, 425.

Pospíšil, V., Untersuchung des Systems Au-Cu durch Messung des Widerstandes in tiefen Temperaturen 18, 497.

R

Ramsauer, C. u. Kollath, R., Reflexion und Sekundärstrahlung von Protonen beim Auftreffen auf feste Körper 16, 560. — Über die Streuung von langsamen Protonen an Gasmolekülen 16, 570. Die Beeinflussung langsamer Protonen durch neutrale Gasmoleküle (Gesamtwirkung, Streuung, Umladung) 17, 755.

Reichenheim, O. vgl. Lau, E. 18, 97.

Reichrudel, E. u. Spiwak, G., Über das Verhalten von Sonden in der Neonentladung 17, 65.

Richter, E. F., Berichtigung zu meiner Arbeit: „Polarisationserscheinungen bei der stufenweisen Anregung von Quecksilberfluoreszenz“ 17, 463.

Riehl, N. vgl. Wolf, M. 17, 581.

Riehl, N., Über die Temperaturabhängigkeit des Szintillationsvorganges und über die Tilgung der Phosphore 17, 587.

Ritschl, R. vgl. Paschen, F. 18, 867.

Rocha, H. J. vgl. Tammann, G. 16, 861.

Roeser, Wm. F., Schofield, F. H. u. Moser, H. A., Eine internationale Vergleichung der Temperaturskalen zwischen 660 und 1063° C 17, 243.

Röhl, H., Die elastischen Eigenschaften von Gold-Silber-Einkristallen 16, 887. — Die elastischen Eigenschaften der Mischkristallreihen Au-Cu und Au-Pd und der Legierungen Cu_3Pt , Cu_3Pd und $CuPd$ 18, 155.

Romberg, W., Zur Polarisation des Kanalstrahllichtes 18, 515.

Rosenhall, G., Die Abhängigkeit der Gitterkonstante von der Wasserstoffkonzentration im System Palladium-Wasserstoff 18, 150.

Rupp, E. vgl. von Meibom, R. 17, 221. — 18, 107.

Rutgers, A. J., Zur Dispersions-theorie des Schalles 16, 350.

S

Sachse, H. vgl. Le Blanc, M. 17, 334.

Sauter, F., Über den Mottschen Polarisationsseffekt bei der Streuung von Elektronen an Atomen, 18, 61. — Zur unrelativistischen Theorie des kontinuierlichen Röntgenspektrums 18, 486.

Seeberger, M., Dispersionsuntersuchungen mit ungedämpften Ultrakurzwellen 16, 77.

Senftleben, H. u. Pietzner, J., Die Einwirkung magnetischer Felder auf das Wärmeleitvermögen von Gasen. I 16, 907.

Seyfarth, H., Elektronen- und Protonenspinmomente und deren Orientierungsmöglichkeiten als Folgerungen aus der quantendynamischen relativistisch-invarianten Differentialgleichung des Mehrkörperproblems 16, 636.

Shu-Tsu Chang, Über die Grenzschicht verdünnter Elektrolyte und das Diffusionspotential 16, 513.

Spiwak, G. vgl. Reichrudel, E. 17, 65.

Svensson, B., Die magnetische Suszeptibilität der elektrolytisch aufgeladenen Palladium-Wasserstofflegierungen 18, 299.

Seh

Scheibe, A. u. Adelsberger, U., Frequenz und Gang der Quarzuhren der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt. Meßergebnisse 1 18, 1.

Schenck, H., Die Analyse der Sekundärstrahlung von Al, Ni, Ag und Au auf der Ein- und Austrittsseite der Röntgenstrahlen 17, 146.

Schillbach, H., Über die natürliche Breite der Neonlinien im sichtbaren Spektrum. II. Beschreibung der Versuchsanordnung und der Meßmethoden, quantitative Ergebnisse 18, 721.

Schmid, R., Lichtelektrische Emission im Magnetfeld 16, 647.

Schofield, F. A. vgl. Roeser, Wm. E. 17, 243.

Schöpel, H. vgl. Le Blanc, M. 17, 334.

Schuster, K. u. Hohberg, A., Die Beeinflussung einer Telefonmembran durch ein Luftpolster mit absorbierender Abschlußwand 16, 203.

Schütz, W., Über die natürliche Breite der Neonlinien im sichtbaren Spektrum. I. Fragestellung, theoretische Grundlage der Untersuchungsmethoden, erste Ergebnisse und Diskussion der zur Zeit vorliegenden Ergebnisse 18, 705. — Über die Intensität der sichtbaren Neonlinien der positiven Säule in Abhängigkeit von der Stromstärke 18, 746.

Schwarzenbach, H. A., Das Verhalten einer Elektronenröhre mit ferromagnetischer Anode im Magnetfeld 17, 385.

St

Stehberger, K. H., Versuche über eine Bestimmung der erdmagnetischen Totalintensität aus der Umlaufzeit langsamer Elektronen 17, 278. — Die Eichung von Hochspannungsmessern mit Hilfe von Kathodenstrahlen 18, 586.

Steps, H., Totalreflexion von Röntgenstrahlen an Flüssigkeiten 16, 949.

Stierstadt, O. vgl. Donat, E. 17, 897.

Stille, U., Zur Frage der Bildung negativer Ionen in Quecksilberdampf 17, 635.

Störmer, C., Über die Bahnen von Elektronen im axialsymmetrischen elektrischen und magnetischen Felde 16, 685.

Strutt, M. J. O., Strahlung von Antennen unter dem Einfluß der Erdbodeneigenschaften. E. Strahlung in die Erde hinein 17, 376. — Eigenschwingungen einer Kegelschale 17, 729.

Stuart, H. A. u. Volkmann, H., Experimentelle Untersuchungen des elektrischen Kerreffektes an Gasen und Dämpfen bei höheren Temperaturen 18, 121.

T

Tammann, G. u. Bandel, G., Die Änderung der Thermokraft bei der Erholung der Metalle von der Kaltbearbeitung 16, 120.

- Tammann, G. u. Boehme, W., Die Temperatur des Beginns der Graustrahlung von Metallen, Oxyden und Sulfiden 17, 863.
- Tammann, G. u. Caglioti, V., Die Erholung des elektrischen Widerstandes und der Härte binärer Eisenmischkristalle von den Folgen der Kaltbearbeitung 16, 680.
- Tammann, G. u. Dreyer, K. L., Die Erholung des elektrischen Widerstandes und der Härte von Kupfer, Silber und Gold, sowie von Platin und Palladium von den Folgen der Kaltbearbeitung 16, 111. — Die Erholung des elektrischen Widerstandes binärer Mischkristalle des Kupfers, Silbers und Goldes von den Folgen der Kaltbearbeitung 16, 657.
- Tammann, G. u. Moritz, G., Über die Erholung von der Kaltbearbeitung beim Eisen und Nickel 16, 667.
- Tammann, G. u. Rocha, H. J., Über die Änderung der magnetischen Induktion bei konstanter Feldstärke durch Kaltbearbeitung und die Erholung beim Erhitzen 16, 861.
- Thomescheit, A., Bestimmung der Reichweite von Kathodenstrahlen von 35 bis 60 kV in Luft nach der Wilsonschen Nebelmethode 18, 791.
- Tomaschek, R. u. Deutschbein, O., Über die Emission der Phosphore. III. Verhalten des Samariums in den Oxyden der II. Gruppe 16, 930.
- Traub, E., Über rotierende Strömungen in Rohren und ihre Anwendung zur Stabilisierung von elektrischen Flammenbögen 18, 169.
- Trautz, M., Die Reibung, Wärmeleitung und Diffusion in Gasmischungen. XXII. Der Temperaturkoeffizient der Molekeldurchmesser und seine Beziehungen bei Maxwelldurchmessern, Gittergrößen und Kernabständen 16, 751. — XXIII. Absolute Enskog-Chapman-Durchmesser von Gasmolekeln und ihre Temperaturkoeffizienten 16, 865. — XXIV. Ermittlung der Unpaarreibung η_{12} . Benützung, Bewährung und Deutungsverschiedenheiten des binären Mischreibungsgesetzes 18, 816, 833.
- Trautz, M. u. Blum, H., Kritik der elektrischen Differentialmethode zur Messung von C_v an Gasen. V. Neue Messungen; C_v von Kohlensäure 16, 362.
- Trautz, M. u. Zündel, A., Die Messung der Wärmeleitung in Gasen 17, 345.
- Travniček, M., Über neue Phosphore aus Sulfathydraten des Aluminiums und anderer Metalle mit organischen Leuchtstoffen 17, 654.
- U**
- van Urk, A. Th. u. Hut, G. B., Messung der Radialschwingungen von Aluminiumkegelschalen 17, 915.
- V**
- Vogt, E., Zum Dia- und Paramagnetismus in metallischen Mischkristallreihen. III. Magnetische Atommomente der Übergangsmetalle in verdünnter Mischkristalllösung 18, 771.
- Vogt, E. u. Krueger, H., Zum Dia- und Paramagnetismus in metallischen Mischkristallreihen II. 18, 755.
- Volkmann, H. vgl. Stuart, H. A. 18, 121.
- W**
- Weber, L., Lichtelektrische Leitung und Absorption der Lenardphosphore im roten und ultraroten Spektralgebiet 16, 821.
- Weisel, H., Über das Vorkommen von Interferenzbildern mit gittergleichem Aussehen im Beugungsfelde eines Streifengitters 17, 251.

- Weisel, K., Versuche über magnetische Eigenschaften bei künstlicher Anisotropie an Zelloidin, Agar-Agar und Zelluloid 17, 747.
- von Weizsäcker, C. F., Durchgang schneller Korpuskularstrahlen durch ein Ferromagnetikum 17, 869.
- Wendt, G., Potentialtheoretische Behandlung des Wehneltzylinders 17, 445.
- Wenk, P., Leitfähigkeits- und Dielektrizitätskonstantenmessung an Elektrolyten bis zu Wellenlängen von 1 m 17, 679.
- Wensel, H. T. vgl. Henning, F. 17, 620.
- Westerhoff, H. vgl. Meißner, W. 17, 593.
- Wittke, H., Gibt es in Strenge reversible Vorgänge bei der Magnetisierung ferromagnetischer Körper durch extrem kleine Wechselfelder? 18, 679.
- Wolf, F., Über die Ladungsempfindlichkeit des Comptonelektrometers 18, 373.
- Wolf, M., Die Absorptionskoeffizienten für Röntgenstrahlen in der Umgebung der *L*-Kanten bei den Elementen Au, Pt und Ag 16, 973.
- Wolf, P. M. u. Riehl, N., Über die Zerstörung von Zinksulfidphosphoren durch α -Strahlen. 2. Mitteilung 17, 581.
- Wolodkewitsch, N., Untersuchungen über die „elektrische Diffusion“ der Ionen in Gasen unipolarer Beladung 16, 431.
- Wortmann, J., Halleffekt und Widerstand von wasserstoffbeladenen Palladium-Silber- und Palladium-Goldlegierungen 18, 233.

Z

- Zimmer, F., Die Lichtanregung der Balmerreihe von Wasserstoffkanalstrahlen in Abhängigkeit von den Entladungsbedingungen 17, 553.
- Zündel, A. vgl. Trautz, M. 17, 345.

effi-
in
nten
Ag

ber
fid-
len.

ter-
sche
esen

und
stoff-
und
18,

ung
stoff-
keit
gen

445.